

ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Ακ. έτος 2007-8

ΣΕΜΦΕ

- 1) a) Εξετάστε αν οι παραπάνω διμερείς πράξεις που ορίζονται στο \mathbb{Z}^+ μήδε τις:
 $a * b = 2^{ab}$, $a * b = c$, όπου c είναι λογάριθμος της πράξης που είναι προσαρτήσης
 των των αριθμών a και b .

έιναι αντιθετικές και προσταριτικές.

- b) Πότες διαφορετικές αντιθετικές διμερείς πράξεις ή πορώψεις να ορίζονται
 γενικά στο \mathbb{Z} (εποχία; ή \mathbb{Z} χριστιανική; ή \mathbb{Z} σολιτερή);

- 2) a) Διετίστε τον πίνακα πράξεων της ομάδας $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3, +)$.
 b) Δ.ο. $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \cong \mathbb{Z}_6$ (" \cong : 160 προπίνιες).
 c) Υπολογίστε τις παντίνιες υποομάδες $\langle \bar{0} \rangle, \langle \bar{1} \rangle, \langle \bar{2} \rangle, \langle \bar{3} \rangle, \langle \bar{4} \rangle, \langle \bar{5} \rangle$ της \mathbb{Z}_6 .
 d) Ποια εποχή είναι γεννιτρόπες της \mathbb{Z}_6 ;

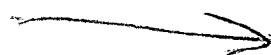
- 3) a) Δ.ο. η ίδια παντίνια ομάδα ή είναι πάνω γεννιτρόπες προπίνια είχε την παντίνη
 εποχή εποχία.
 b) Δ.ο. οι γεννιτρόπες της ομάδας $(\mathbb{Z}_n, +)$ είναι τα πολικά \bar{m} , με $(m, n) = 1$
 (πρώτοι μεταξύ των αριθμών).
 c) Δ.ο. η ίδια ομάδα που δεν έχει γηγενείς μη γεννιτρόπες είναι παντίνη

- 4) a) Βρείτε την ταττυγιά της παντίνιας υποομάδας $\left\langle \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right\rangle$ της ομάδας \mathbb{U}_8 .
 b) " " " " " $\left\langle \cos \frac{5\pi}{8} + i \sin \frac{5\pi}{8} \right\rangle$ " παντίνη.

- 5) Εστω $D_4 = \{p_0 = \text{id}, p_1, p_2, p_3, \mu_1, \mu_2, \delta_1, \delta_2\}$ η διεδρική ομάδα των συμμετριών
 εντός τετραγώνων, όπου $p_1 =$ η μεταρρύθμιση της τετράγωνης μεγάλης $\frac{\pi}{2}$, $p_2 = p^c$,
 μ_1, μ_2 οι αναγανώσεις ως προς τη μεταβολή των διαγώνιων και δ_1, δ_2 οι αναγανώσεις
 ως προς τις διαγώνιους.

- 6) Διετίστε τον πίνακα πράξης της ομάδας (D_4, \circ) (ή πράξη παντίνης γεγονότων).

- 7) Βρείτε όλες τις υποομάδες της D_4 .



6) a) Είνω G αβελιανή ομάδα και είνω $H, K \leq G$. Α.ό.

$\{hk \mid h \in H, k \in K\} \leq G$. Ήτού χρησιμοποιείται ότι G αβελιανή;

b) Είνω G αβελιανή ομάδα με ταυτότητα στοιχείο το e . Α.ό.

$$H = \{x \in G \mid x^n = e\} \leq G, \text{όπου } n \geq 1.$$

c) Είνω G ομάδα και είνω $G_n = \{g^n \mid g \in G\}$. Ποιες υποθέσεις πρέπει να γίνουν για την G ώστε να ισχεί $G_n \leq G$;

Παράδοση: Τρίτη 27/11/2007.

Σ. Λαζαρόπουλος