

ΣΧΟΛΗ : ΕΜΦΕ
ΕΞΑΜΗΝΟ : 9ο

**ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ
ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ**

1. Εστω B_t μονοδιάστατη κίνηση Brown ως προς την διύλιση \mathcal{F}_t , $t \geq 0$, με $B_0 = 0$.
 (α) Να υπολογιστούν οι μέσες τιμές

$$E[B_3^5], \quad E[B_3^2], \quad E[B_3 B_2^2].$$

- (β) Να υπολογιστούν οι δεσμευμένες μέσες τιμές

$$E[\cos(B_t) | \mathcal{F}_s], \quad 0 < s < t, \quad E[B_t^2 | \mathcal{F}_s], \quad 0 < s < t.$$

2. Εστω B_t μονοδιάστατη κίνηση Brown ως προς την διύλιση \mathcal{F}_t , $t \geq 0$.

(α) Αν

$$X_t = X_0 + \int_0^t a(s, \omega) ds + \int_0^t b(s, \omega) dB_s,$$

να γραφεί η ανέλιξη $Y_t = X_t^3$ σαν ανέλιξη Ito.

(β) Να βρεθεί η ποσότητα $A(t)$ για την οποία η ανέλιξη

$$M_t = A(t) \sin(B_t)$$

είναι \mathcal{F}_t -martingale.

3. Να λυθεί η στοχαστική διαφορική εξίσωση

$$dX_t = (1 + X_t + X_t^2 + X_t^3) dt + (1 + X_t^2) dB_t, \quad \text{με } X_0 = 0.$$

Τπόδειξη. Θέτοντας $X_t = \tan(Y_t)$ καταλήγουμε σε μια πολύ απλή εξίσωση για την Y_t .

Διάρκεια 2.5h

ΕΤΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!