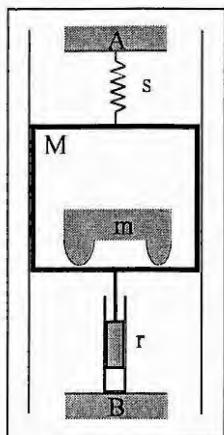


Σχολή Ε.Μ.Φ.Ε – ΦΥΣΙΚΗ III (ΚΥΜΑΤΙΚΗ)
Κανονικές Εξετάσεις Χειμερινού εξαμήνου 2010-2011

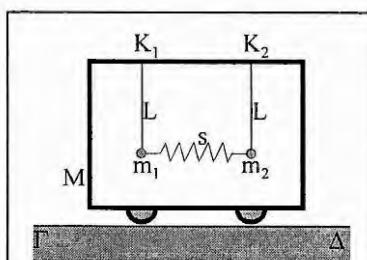
04/02/2011

Διάρκεια εξέτασης 2:30

Ι. Σ. Ράπτης, Ε. Φωκίτης



Θέμα 1. Θάλαμος συνολικής μάζας $M=60 \text{ kg}$, είναι τοποθετημένος σε κατακόρυφο φρεάτιο, έτσι ώστε να κινείται μόνο κατακόρυφα, χωρίς τριβές με τα τοιχώματα του φρεατίου. Ο θάλαμος στηρίζεται, σε ακλόνητες βάσεις A και B, με σύστημα ανάρτησης s και από συνδυασμό εμβόλου-φιάλης, που διαθέτει μηχανισμό ελεγχόμενης απόσβεσης, και ισοδυναμεί με ιξώδη τριβή της μορφής $F_{\text{τριβής}} = -r v$, όπου v η ταχύτητα, και r ένας ρυθμιζόμενος συντελεστής απόσβεσης. Στον θάλαμο τοποθετείται συσκευή μάζας $m=40 \text{ kg}$. Κατά την τοποθέτηση της συσκευής, (με τρόπο που να μην δημιουργούνται ταλαντώσεις), ο θάλαμος χαμηλώνει κατά 1 cm, και ισορροπεί. **α)** Να υπολογιστεί η σταθερά σκληρότητας s του ελατηρίου. **β)** Να υπολογιστεί η κρίσιμη τιμή r_0 , που πρέπει να επιλεγεί για τον συντελεστή απόσβεσης, έτσι ώστε, σε περίπτωση διαταραχής, να έχουμε την ταχύτερη δυνατή ασυμπτωτική επαναφορά του συστήματος σε κατάσταση ισορροπίας, χωρίς ταλαντωτική συμπεριφορά. **γ)** Να γραφεί, συναρτήσει του χρόνου, η αντίστοιχη μετατόπιση $x=x(t)$ του συστήματος, από την κατάσταση ισορροπίας, αν η αρχική απομάκρυνση είναι μηδενική και η αρχική ταχύτητα (διαταραχής) είναι 10 m/s . **δ)** Να υπολογιστεί η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος, αν η σταθερά απόσβεσης γίνεται $r=r_0\sqrt{2,4}/2$. **ε)** Να γραφεί, συναρτήσει του χρόνου, η αντίστοιχη μετατόπιση $x=x(t)$ του συστήματος, [με τις ίδιες αρχικές συνθήκες, όπως στο ερώτημα (γ)]. [Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$].



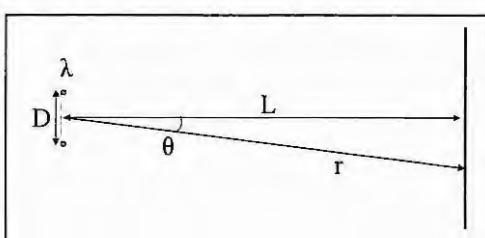
Θέμα 2. Τροχήλατο όχημα μάζας M μπορεί να κινείται, χωρίς τριβές, κατά μήκος ευθύγραμμης οριζόντιας τροχιάς $\Gamma\Delta$. Από την οροφή του οχήματος είναι αναρτημένα δύο εκκρεμή ίδιου μήκους L και διαφορετικών μαζών m_1 και m_2 , τα οποία συνδέονται με ελατήριο σταθεράς s . Τα σημεία ανάρτησης των εκκρεμών, K_1 και K_2 , βρίσκονται σε ευθεία παράλληλη στην τροχιά $\Gamma\Delta$, και όλο το σύστημα βρίσκεται σε κατακόρυφο πεδίο βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας g . Διαταράσσουμε το σύστημα κατά μήκος της διεύθυνσης $K_1K_2 // \Gamma\Delta$ έτσι ώστε τα εκκρεμή να εκτελούν ταλαντώσεις μικρού πλάτους. **α)** Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης των μαζών m_1 , m_2 , και M . **β)** Θεωρήστε ότι τα τρία σώματα εκτελούν κανονική ταλάντωση, με μετατόπισεις $x_1=A\cos(\omega t+\phi)$, $x_2=B\cos(\omega t+\phi)$, $x_3=\Gamma\cos(\omega t+\phi)$, και, αντικαθιστώντας στις εξισώσεις κίνησης, διατυπώστε ένα σύστημα τριών εξισώσεων για τα πλάτη A , B , Γ . **γ)** Θεωρήστε ότι $m_1=m_2=M/2$, και $(g/L)=(s/m_1)=(s/m_2)=\omega_0^2$, όπου ω_0 είναι πραγματική θετική σταθερά, και διατυπώστε την συνθήκη επιλυσημότητας του ομογενούς συστήματος του ερωτήματος (β). **δ)** Υπολογίστε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης, στο πλαίσιο των υποθέσεων του ερωτήματος (β).

Θέμα 3. Θεωρήστε ιδανική χορδή μήκους L , γραμμικής συγχόνωτητας ρ , που τείνεται με τάση T . Το άκρο της $x = L$ είναι στερεωμένο σε ακίνητο στήριγμα, ενώ το άλλο άκρο, $x = 0$, διεγείρεται με αρμονική διέγερση $y(x=0,t) = B \cos(\omega t)$, ελεγχόμενης συγχόνωτητας ω .

(α) Υποθέστε μόνιμη κατάσταση κίνησης, $y(x,t) = f(x) \cos(\omega t)$, και βρείτε την διαφορική εξίσωση που ικανοποιεί η συνάρτηση $f = f(x)$.

(β) Στη γενική λύση, που προκύπτει για την $f(x)$, από την διαφορική εξίσωση του ερωτήματος (α), εφαρμόστε τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και προσδιορίστε τις σταθερές της γενικής λύσης.

(γ) Προσδιορίστε τις συγχόνωτητες συντονισμού του συστήματος και συγκρίνετε με τις ιδιοσυγχόνωτητες του ίδιου συστήματος για τις περιπτώσεις, «σταθερό-σταθερό» άκρο και «ελεύθερο-σταθερό» άκρο.



Θέμα 4. Δύο σημειακές πηγές, που απέχουν απόσταση D , εκπέμπουν σύμφωνη μονοχρωματική ακτινοβολία, μήκους κύματος $\lambda < D$, και σταθερής διαφοράς φάσης $\Delta\phi = \pi$, με ταλάντωση κάθετη στο σχήμα (εγκάρσια). Σε απόσταση $L > D > \lambda$, βρίσκεται οθόνη παράλληλη στις δύο πηγές α) Να υπολογίσετε, για μικρές γωνίες θ , ($\tan \theta \approx \theta$), το πλάτος της

ακτινοβολίας στην οθόνη, ως συνάρτηση των λ , $\Delta\phi$, D , θ και A , όπου A το πλάτος ακτινοβολίας, στην οθόνη, λόγω κάθε μίας σχισμής χωριστά. (β) Να βρείτε την έκφραση για τον λόγο της μέσης χρονικής έντασης της ακτινοβολίας, λόγω των δύο πηγών, στην οθόνη, προς την μέση ένταση της ακτινοβολίας, στο ίδιο σημείο, λόγω της μίας πηγής. γ) Πόση είναι η ένταση της ακτινοβολίας σε κάθε σημείο ενός επιπέδου μεσοκαθέτου στις δύο πηγές;

Σχέσεις που ενδεχομένως να χρειαστούν

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad c = \sqrt{T/\rho} \quad Z = \sqrt{\rho T} \quad v_p = \frac{\omega}{k} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

$$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a} \quad \int x^2 \sin ax dx = \frac{2x}{a^2} \sin ax + \left(\frac{2}{a^3} - \frac{x^2}{a} \right) \cos ax$$

$$2 \sin A \sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)$$

$$2 \sin A \cos B = \sin(A - B) + \sin(A + B)$$

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\frac{rt}{2m}}, \quad x(t) = Ae^{-\frac{rt}{2m}} \sin(\omega't + \phi)$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta, \quad \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}$$