

Σαντή
Αργυρού
Ζητήσεις

**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

Α Λ Γ Ε Β Ρ Α ΚΑΙ Ε Φ Α Ρ Μ Ο Γ Ε Σ

25 Μαΐου 2016

12345

21345

12345

32145

Απάντησε και στα τρία θέματα. Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες.

(123) (345)

ΘΕΜΑ 1ο

α) Στην S_5 γράψτε την μετάθεση $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ με δύο διαφορετικούς τρόπους ως κύκλο και με δύο διαφορετικούς τρόπους ως γινόμενο αντιμεταθέσεων.

β) Έστω η μετάθεση της S_9 : $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 9 & 1 & a & 8 & 2 & b & 5 \end{pmatrix}$. Να βρεθούν τα a, b έτσι ώστε η σ να είναι γινόμενο τριών ξένων κύκλων. Στην περίπτωση αυτή βρείτε την τάξη της σ δικαιολογώντας την απάντησή σας, καθώς και την σ^{-1} .

ΘΕΜΑ 2ο

α) Έστω $\phi : G \rightarrow G'$ ισομορφισμός ομάδων και έστω $a \in G$ με $| < a > | = d$. Δείξτε ότι και για την υποομάδα $< \phi(a) >$ της G' όταν ισχύει $| < \phi(a) > | = d$.

β) Δώστε όλες τις μη ισομορφικές αβελιανές ομάδες τάξεως 100 σύμφωνα με το Θεώρημα Ταξινόμησης Πεπερασμένα Παραγόμενων Αβελιανών Ομάδων, και στη συνέχεια συμπτύξτε τες κατά το δυνατόν. Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

γ) Για δύο από τις ομάδες του υποερωτήματος β) δείξτε ότι δεν είναι ισομορφικές.

ΘΕΜΑ 3ο

α) Έστω G, G' ομάδες και έστω $f : G \rightarrow G'$ ομομορφισμός ομάδων με πυρήνα $\text{Ker } f$. Δείξτε ότι για κάθε στοιχείο $f(a) \in \text{Im } f$ ισχύει $f^{-1}\{f(a)\} = a \text{ Ker } f$.

β) Κατασκευάστε έναν μη τετριμένο ομομορφισμό από την ομάδα \mathbb{Z}_6 στην ομάδα \mathbb{Z}_4 . Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

12345
23145

2/3
3/2
1/2

$f(\omega^{-1}) = f(\omega^1)$

Καλή επιτυχία!

Σ. Λαμπροπούλου

Συ X24

0 0
1 1
2 0
3 1
4 ④
5 1
~~6/01~~

1

6
123 =