

# Οικονομικά Μαθηματικά

10 Οκτωβρίου 2007

**Θέμα 1.** Έστω οικονομία ανταλλαγής με  $m$  αγαθά και ένα καταναλωτή με σχέση προτίμησης  $\succeq$ . Πότε λέμε ότι το  $x_0 \in \mathbf{R}_+^m$  είναι ζητούμενο αγαθό (του καταναλωτή); Αν  $p \gg 0$  και η σχέση προτίμησης  $\succeq$  είναι άνω ημισυνεχής δείξτε ότι υπάρχει ζητούμενο αγαθό.

**Θέμα 2.** Σε οικονομία ανταλλαγής δώστε τον ορισμό της κατανομής. Πότε μία κατανομή ονομάζεται ατομικά λογική, πότε άριστη κατά Pareto και πότε λέμε ότι η κατανομή στηρίζεται από το διάνυσμα  $P$ ; Δείξτε ότι το σύνολο των κατανομών είναι κυρτό και συμπαγές.

**Θέμα 3.** Αν σε οικονομία ανταλλαγής η κατανομή  $x$  στηρίζεται από το διάνυσμα  $p \in \mathbf{R}_+^m$  και οι σχέσεις προτίμησης είναι κάτω ημισυνεχείς δείξτε ότι η  $x$  είναι ασθενώς άριστη κατά Pareto. Δώστε τους αντίστοιχους ορισμούς.

**Άσκηση 4.** Να δώσετε τον ορισμό της ισορροπία κατά Walras που στηρίζεται από το διάνυσμα  $p$ . Στη συνέχεια εξετάστε αν σε οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και δύο καταναλωτές με αρχικό αγαθό  $\omega_1 = (5, 4), \omega_2 = (3, 6)$  και συναρτήσεις χρησιμότητας  $u_1(x, y) = u_2(x, y) = xy$ , η κατανομή

$$x = \left( \left( \frac{41}{10}, \frac{41}{8} \right), \left( \frac{39}{10}, \frac{39}{8} \right) \right),$$

είναι ισορροπία κατά Walras που στηρίζονται από το διάνυσμα  $p = (5, 4)$ .

**Άσκηση 5.** Σε οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και δύο καταναλωτές με συνάρτηση χρησιμότητας  $u_1(x, y) = \min\{x, y\}, u_2(x, y) = \max\{x, y\}$  και αρχικά διαθέσιμα  $\omega_1 = (3, 4), \omega_2 = (4, 2)$ , με χρήση του κουτιού του Edgeworth παραστήστε γραφικά το σύνολο των ατομικά λογικών κατανομών και προσδιορίστε δύο ατομικά λογικές κατανομές.

**Άσκηση 6.** Έστω η σχέση προτίμησης  $\succeq$  του  $\mathbf{R}_+^2$  που ορίζεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας  $u(x, y)$ . Να βρεθεί η καμπύλη αδιαφορίας της  $\succeq$  που περνά από το  $(x_0, y_0)$  και ένα διάνυσμα  $p \in \mathbf{R}_+^2$  που στηρίζει την  $\succeq$  στο σημείο  $(x_0, y_0)$ , όταν

- (i)  $u(x, y) = x^2y, (x_0, y_0) = (2, 4)$ ,
- (ii)  $u(x, y) = \min\{x, y\} (x_0, y_0) = (2, 2)$ ,
- (iii)  $u(x, y) = \min\{x, y\} (x_0, y_0) = (2, 3)$ .