

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΜΑ 1:

- A) Έστω τα ενδεχόμενα A και B με  $P(A) = 0.9$  και  $P(B) = 0.8$ . Να βρεθεί η ελάχιστη και μέγιστη δυνατή τιμή της πιθανότητας  $P(AB)$ .  
B) Ρίχνουμε 2 ζάρια. Ποια η πιθανότητα ένα από αυτά να έρθει 6, δεδομένου ότι τα δύο ζάρια έδωσαν διαφορετικές ενδείξεις;

ΘΕΜΑ 2:

Έστω η συνεχής τ.μ. X με σ.π.π.

$$f(x) = \frac{c}{x^2}, \quad 1 < x < \infty.$$

Να βρεθεί:

- Η σταθερά c.
- Η συνάρτηση κατανομής της τ.μ. X.
- Η μέση τιμή  $E[X]$ .
- Η διασπορά  $V[X]$ .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$0 < P(A \cup B) < 1$$

$$-P(A) - P(B) < -P(A) - P(B) + P(AB) < 1 - P(A) - P(B)$$

$$P(A) + P(B) > P(A) + P(B) - P(AB) > -1 + P(A) + P(B)$$

$$0.7 \leq P(AB)$$

$$0 \leq P(A \cup B) \leq 1$$

$$-1 \leq -P(A \cup B) \leq 0$$

$$-0.7 \leq P(AB) \leq 1.7$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$

ΘΕΜΑ 3:

Έστω οι συνεχείς τ.μ. X και Y με από κοινού σ.π.π.

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{2e^{-2x}}{x}, \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < y < x.$$

- Να υπολογιστούν οι μέσες τιμές  $E[X]$  και  $E[Y]$ .
- Να υπολογιστεί η συνδιακύμανση  $Cov(X, Y)$ .
- Είναι οι X και Y ανεξάρτητες;

ΘΕΜΑ 4:

Έστω η συνεχής τ.μ. X με σ.π.π.

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}$$

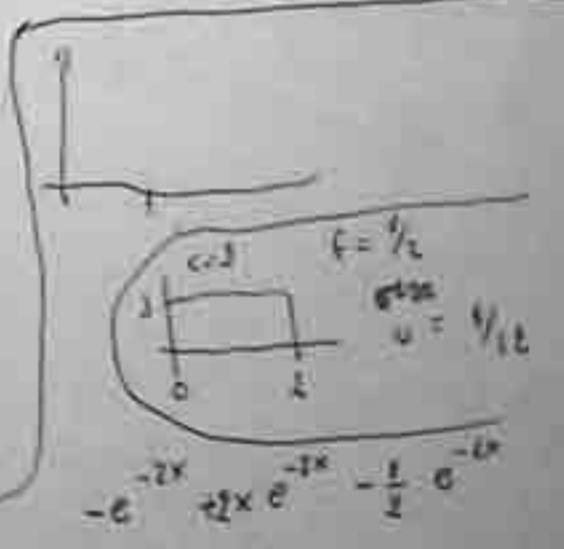
Να βρεθεί η σ.π.π. της τ.μ.  $Y = 1/X$ .

ΘΕΜΑ 5:

Έστω  $X_1, \dots, X_{36}$  ανεξάρτητες τ.μ. ομοιόμορφα κατανομημένες στο  $(0, 1)$ . Αν

$$Y = \left( \prod_{i=1}^{36} X_i \right)^{1/36}$$

να υπολογιστεί προσεγγιστικά η πιθανότητα  $P(Y > 0.4)$ .



$$-\frac{1}{2} x e^{-2x} + \int \frac{1}{2} e^{-2x}$$

$$-\frac{1}{2} e^{-2x} + \int x e^{-2x} + \frac{1}{2} e^{-2x} = 1 -$$

$$-e^{-2x} + 2xe^{-2x} - \frac{1}{2} e^{-2x}$$

$$\left[ -\frac{1}{2} x e^{-2x} - \frac{1}{4} e^{-2x} \right]$$

Διάρκεια Εξέτασης: 2 1/2 h  
ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

$$\int x \left( -\frac{1}{2} e^{-2x} \right)'$$

$$\int 2x e^{-2x} = \int 2x \cdot \left( -\frac{1}{2} e^{-2x} \right) = -x e^{-2x} + \int e^{-2x}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{200x}{x^2}$$