

Κβαντομηχανική ΙΙ ΣΕΜΦΕ, 5^ο εξάμηνο

Δεύτερη σειρά ασκήσεων

Να παραδοθούν οι υπογραμμισμένες ασκήσεις μέχρι τις 10/2/2014

~~Άσκηση 1:~~ Εάν η κυματοσυνάρτηση $\psi(x, 0)$ παριστάνει ένα ελεύθερο σωματίδιο, με μάζα m , στην κατάσταση και την χρονική στιγμή $t = 0$ ισούται με:

$$\psi(x, 0) = N \exp\left(-\frac{\lambda x^2}{2}\right), \quad N = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{1/4}, \quad \lambda > 0,$$

να βρεθεί η $\psi(x, t)$.

Τενίθημα: $\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp c(p) \tilde{\psi}_p(x) \exp\left[-\frac{iE_p t}{\hbar}\right], \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-\lambda x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}$

~~Άσκηση 2:~~ Ενα σωματίδιο μάζας m βρίσκεται σε ένα μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{για } 0 < x < L \\ +\infty, & \text{για } x < 0 \text{ και } x > L. \end{cases}$$

(α) Να βρείτε, με επιχειρήματα συμμετρίας (ή με άλλο τρόπο) την πιθανότητα, ένα σωματίδιο που βρίσκεται στην κατάσταση $\psi_n(x, 0)$ να βρεθεί στο διάστημα $[0, \frac{L}{2}]$. (β) Να υπολογίσετε την έκφραση της πιθανότητας, συναρτήσεις και του χρόνου, ώστε το σωματίδιο να βρίσκεται στο διάστημα $[0, \frac{L}{2}]$, εάν η κατάσταση του είναι η

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_1 \exp\left[-\frac{iE_1 t}{\hbar}\right] + \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_2 \exp\left[-\frac{iE_2 t}{\hbar}\right]$$

όπου ψ_1 και ψ_2 οι δύο πρώτες μονοσυναρτήσεις του σωματιδίου στο απειρόβαθρο πηγάδι δυναμικού.

~~Άσκηση 3:~~ Σωμάτιο μάζας m μπορεί να κινείται σε απειρόβαθρο πηγάδι δυναμικού πλάτους a . Την χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται εντοπισμένο στο ωριστέρο ίμισυ του πηγαδιού και με ίση πιθανότητα να βρεθεί σε κάθε σημείο αυτού του τμήματος. (α) Γράψτε την κανονικοποιημένη κυματοσυνάρτηση την χρονική στιγμή $t = 0$. (β) Τολογίστε τις πιθανότητες, μέτρηση της ενέργειας του σωματιδίου να δώσει τις τιμές $E_1, 4E_1$ και $16E_1$, όπου $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$.

~~Άσκηση 4:~~ Σωματίδιο μάζας m βρίσκεται μέσα σε ένα μονοδιάστατο απειρόβαθρο φρέαρ δυναμικού εύρους L . Η κυματοσυνάρτηση του σωματιδίου για $t = 0$ είναι

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} Nx, & \text{για } 0 < x < \frac{L}{2} \\ N(L - x), & \text{για } \frac{L}{2} < x < L. \end{cases}$$

(α) Τολογίστε την πιθανότητα να βρούμε το σωματίδιο στην ενέργειακή στάθμη n . (β) Γράψτε την κυματοσυνάρτηση για μη μηδενικές τιμές του χρόνου. (γ) Βρείτε την μέση τιμή της ενέργειας.

Τενίθημα:

$$\sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$

~~Άσκηση 5:~~ Θεωρήστε το δυναμικό $V(x) = -\frac{\hbar^2 a^2}{m} \frac{1}{\cosh^2(ax)}$, $a > 0$. Δίνεται η κατάσταση συέδεσης $\psi_k(x) = A \left(\frac{e-i\mu \tanh(ax)}{k+i\alpha}\right) e^{-ikx}$, $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} > 0$. (α) Αποδείξτε ότι ωστεπούντε την χρονοχρέαρτη εξίσωση Schrödinger. (β) Βρείτε την ασυμπτωτική μορφή της $\psi_k(x)$ για $x \rightarrow \pm\infty$ και υπολογίστε τα ρεύματα της πιθανότητας $j_{\pm\infty}(x) \pm\infty$. Το δυναμικό $V(x)$ είναι γνωστό ως 'reflectionless potential'.

Άσκηση 6: Βρείτε τις μόνοτυμές και τις μόνοτυναρτήσεις των δέσμων καταστάσεων, με μηδενική με αρνητική ενέργεια, για ένα απειρόβαθμο πηγάδι δύναμης με ένα πρόσθιμο πηγάδι δύναμης δέλτα στο κέντρο του.

Άσκηση 7: Σε αρμονικό ταλαντωτή μάζας m και συχνότητας $\omega > 0$ προσδιορίστε τις σταθερές a, b, c , ώστε η κινητοσύναρτηση $\psi(x) = (ax^2 + bx + c) \exp\left[-\frac{m\omega x^2}{2}\right]$ να είναι μόνοκατάσταση της Χαμηλτονικής, και υπολογίστε την ενέργεια της. Ήσσες λύσεις υπάρχουν;

Άσκηση 8: Για έναν αρμονικό ταλαντωτή υπολογίστε τις μέσες τιμές $\langle n|x^2|n \rangle$, $\langle n|p^2|n \rangle$ καθώς και το γινόμενο $(\Delta x)(\Delta p)$ για την κατάσταση $|n\rangle$.

Άσκηση 9: Τιολογίστε τις δυνατές τιμές της ενέργειας ενός σωματιδίου μέσα σε δύναμης της μορφής

$$V(x) = \begin{cases} +\infty, & \text{για } x < 0 \\ \frac{1}{2} m \omega^2 x^2, & \text{για } x > 0. \end{cases}$$

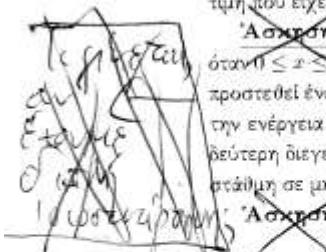
Πουές είναι οι μόνοτυναρτήσεις του συστήματος;

Άσκηση 10: Σωματίδιο μάζας m κινείται μέσα σε ένα απειρόβαθμο πηγάδι δύναμης πλάτους $a(0) < x < a$. (α) Βρείτε τις μόνοκατάστασεις ψ_n και τις μόνοτυμές της ενέργειας E_n του σωματιδίου. (β) Μία μικρή διαταραχή $V(x)$ προστίθεται στο σύστημα, $V(x) = -V_0$ για $0 < x < a/2$ και $V(x) = 0$ για $a/2 < x < a$, $V_0 > 0$. Να υπολογίστε τις ενέργειες W_n του σωματιδίου σε πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών. (γ) Ομοίως όταν έχουμε $V(x) = -V_0$ για $0 < x < a/2$ και $V(x) = V_0$ για $a/2 < x < a$. (δ) Ομοίως όταν γενικεύσουμε με το διαταραχτικό δύναμης $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$.

Άσκηση 11: Να υπολογιστούν οι ενέργειες των δέσμων καταστάσεων για ένα σωματίδιο μάζας m , το οποίο κινείται σέ μία διάσταση με δύναμης ενέργεια $V(r) = -\frac{g}{r}$, $g > 0$. Η δύναμης ενέργειας ορίζεται για $r > 0$ και πρέπει να επιβληθεί ο περιορισμός $\psi(0) = 0$.

Τιόδειξη: Θα γρειαστεί ανάπτυγμα της κινητοσύναρτησης σε σεφάδια.

Άσκηση 12: Σωματίδιο μάζας m σε απειρόβαθμο πηγάδι δύναμης με πλάτος a ($-\frac{a}{2} < x < +\frac{a}{2}$) περιγράφεται από την κινητοσύναρτηση $\psi_2^{(a)}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left[\frac{\pi(x+\frac{a}{2})}{a}\right]$. Ξαρνικά το πλάτος του πηγαδιού διπλασιάζεται ($-a < x < +a$). (α) Γράψτε τις κανονιέριες μόνοτυναρτήσεις και μόνονέργειες $\psi_n^{(2a)}(x)$. (β) Τιολογίστε την πιθανότητα μάλιστη της ενέργειας του σωματιδίου να δώσει την τιμή που είχε και πρέπει να διπλασιασθεί το πλάτους του πηγαδιού.



Άσκηση 13: Η δύναμης ενέργεια ενός σωματιδίου μάζας m σε δύο διαστάσεις είναι μηδέν όταν $0 \leq x \leq 2a$ και $0 \leq y \leq 2a$ και άπειρη για όλες τις άλλες τιμές των x και y . Αν στην Χαμηλτονική προστίθεται ένας ακόμη όρος αλληλεπιδρασης της μορφής $V = bz^2y$, όπου b θεωρήθει σταθερά, να βρείτε την ενέργεια σε πρώτη τάξη της θεωρίας των διαταραχών για την θεμελιότητα, την πρώτη και την δεύτερη διεγερμένη στάδιμη. Επίσης την κινητοσύναρτηση των καταστάσεων για την εκφυλισμένη στάδιμη σε μηδενική τάξη της θεωρίας διαταραχών.

Άσκηση 14: Ένας διπλάσιας αρμονικός ταλαντωτής περιγράφεται από την Χαμηλτονική

$$\tilde{H}_0 = \frac{1}{2m} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2) + \frac{m\omega^2}{2} (\hat{x}^2 + \hat{y}^2).$$

(α) Να δοθεί μία γενική έκφραση για τις ενεργειακές στάδιμες της \tilde{H}_0 και να βρείτε τον εκφυλισμό τους. (β) Να εκφράσετε την κινητοσύναρτηση του συστήματος για την θεμελιότητα στάδιμη και την πρώτη διεγερμένη στα δινάρτηση των κινητοσύναρτησεων ψ_i του μονηρδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή. (γ) Εάν το σύστημα έχει ενέργεια $E = 2\hbar\omega$ και προστίθεται μία ασθενής διαταραχή της μορφής $V(x) = ax^4$, $a > 0$, ο εκφυλισμός αρτετα. Να βρείτε τις νέες ενεργειακές στάδιμες του συστήματος.

~~Άσκηση 15:~~ Η Χαμηλοτονιανή ενός σωματιδίου μάζας m δίνεται από την σχέση,

$$\frac{f}{\omega^2} = \frac{m\omega^2}{\hbar^2} \hat{H} \quad (\text{χρησιμόκα}) \quad \hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2) + \frac{m\omega^2}{2} (\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \hat{z}^2), \quad + f \propto \gamma z$$

όπου ~~η~~ διαβρέθηκε με ~~κανονικές μονάδες~~. (α) Να υπολογιστούν οι ενέργειες και οι κυματοσυνάρτησεις του σωματιδίου για $b = 0$. Οι αντίστοιχες κυματοσυνάρτησεις ~~ταυμόνοδιάστατο~~ απλού αρμονικού ταλαντωτή θεωρούνται γνωστές. (β) Εάν $b \neq 0$ και ~~η~~, να υπολογιστούν σε πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών οι ενέργειες της χαμηλότερης εκφυλισμένης στάθμης του πρώτου ερατήματος και οι αντίστοιχες κυματοσυνάρτησεις σε μηδενική τάξη.

~~Άσκηση 16:~~ Τοπολογίστε τη σχετικιστική διάρθρωση πρώτης τάξης των ενέργειακών σταθμών ενός μονοδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή. Κλασικά η διάρθρωση δίνεται από την σχέση: $\Delta E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2 - mc^2} - \frac{p^2}{2m}$, με την προϋπόθεση ότι $p < < mc$.

Τυπενθυμίσεις: $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{x}^2 = \hbar\omega (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2})$, $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \hat{x} + \frac{i\hat{p}}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$, $\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \hat{x} - \frac{i\hat{p}}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$, $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$, $\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$.

~~Άσκηση 17:~~ Φορτισμένος αρμόνικός ταλαντωτής στην κατάσταση ψ_0 αλληλεπιδρά με ένα περαστικό ομογενές ηλεκτρικό πεδίο της μορφής: $\vec{E}(t) = \hat{x} E_0 \exp[-\lambda t^2]$, $\lambda > 0$. Βρείτε το πλάτος μετάβασης στην κατάσταση ψ_m .

~~Άσκηση 18:~~ Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q κινείται μέσα σε μονοδιάστατο απειρόβαθμο πηγάδι δύναμης a . (α) Θεωρούμε ότι στο σωματίδιο δρά όμως ομογενές ασθενές ηλεκτρικό πεδίο E_0 . Να υπολογίσετε την πρώτη μη τετραψημένη διάρθρωση στην ενέργεια, όταν το σωματίδιο είναι στην θεμελιώδη στάθμη. (β) Βρείτε την κυματοσυνάρτηση σε πρώτης τάξης προσέγγιση, υπολογίστε την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη πρώτη διεγερμένη στάθμη του απειρόβαθμου πηγαδιού. (γ) Τοποθετούμε τώρα ότι το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δρά για $t > 0$ και είναι χρονικά εξηρτημένο της μορφής $E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau > 0$. Πούλ είναι η πιθανότητα μετάβασης του σωματιδίου από την θεμελιώδη στάθμη στην πρώτη διεγερμένη;

~~Άσκηση 19:~~ Δύο ταυτόσημα σωματίδια, χωρίς σπιν, τοποθετούνται μέσα σε ένα απειρόβαθμο πηγάδι δύναμης a . Η κυματοσυνάρτηση του συστήματος είναι συμμετρική στην εναλλαγή των σωματιδίων. Τα σωματίδια αλληλεπιδρούν ασθενά το ένα με το άλλο, μέσω του διαταραχτικού δύναμης $V(x_1, x_2) = \pm a V_0 \delta(x_1 - x_2)$ όπου V_0 μία θετική σταθερά με διαστάσεις ενέργειας. Τοπολογίστε σε πρώτης τάξης προσέγγιση την ενέργεια για την θεμελιώδη και την πρώτη διεγερμένη στάθμη και στη δύο περιπτώσεις, ελεκτρικό και πεπτικό δύναμη.

~~Άσκηση 20:~~ Σωματίδιο μάζας m κινείται σ' ένα απειρόβαθμο πηγάδι δύναμης a μεταξύ των δέσμων $-a$ και $+a$. (α) Βρείτε την ενέργεια και την κυματοσυνάρτηση για την θεμελιώδη και την πρώτη διεγερμένη στάθμη. (β) Μια μικρή διαταραχή $V(x) = \frac{c|x|}{a}$ προστίθεται στο σύστημα. Χρησιμοποιήστε θεωρία διαταραχών πρώτης τάξης για να υπολογίσετε τη μεταβολή στην ενέργεια της θεμελιώδους στάθμης και την κυματοσυνάρτηση σε προσέγγιση πρώτης τάξης. (γ) Τοπολογίστε την πιθανότητα μετάβασης από την θεμελιώδη στην πρώτη διεγερμένη στάθμη (του αδιατάραχτου προβλήματος) εάν η διαταραχή $V(x) = \frac{c|x|}{a}$ διαρκεί χρόνο T .

Lietotēji seņūši un tāvumi

Aizņem 1:

$\psi(x, 0) \rightarrow$ elektrospārniem, $m, 1D$, tāpēc $t=0$

$$\psi(x, 0) = N \exp\left(-\frac{\lambda x}{2}\right), N = \left(\frac{1}{n}\right)^{1/4}, \lambda > 0 \quad (1)$$

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp c(p) \psi_n(x) \exp\left[-\frac{i(p+1)}{\hbar} t\right] \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\pi} \quad (3)$$

$\psi(x, t) =$

$$c(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n(x) \psi(x, 0) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-ipx/\hbar} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/4} e^{-\lambda x^2/2} dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/4} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2 - \frac{ipx}{\hbar}} dx$$

Otrs $\Re\left(\frac{\lambda}{2}\right) > 0$, tātāt, tāpēc $\lambda > 0$, zētē ~~ja~~ pārbaudēt ja eksperimentālā

zīmējums ir pareizi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\lambda x^2 + ipx} dx = e^{ip^2/4\lambda} \sqrt{\pi}, \Re\lambda > 0$$

$$\text{tātāt } c(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/4} \frac{(-ip/\hbar)^2}{(2\lambda)^{1/2}} \sqrt{\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/4} \frac{\hbar^2}{\lambda} e^{-\frac{n^2}{4\lambda}}.$$

$$= \left(\frac{1}{n\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{n^2}{4\lambda}} \quad (4)$$

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp \left(\frac{1}{n\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{n^2}{4\lambda}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar} e^{-\frac{i(p+1)t}{\hbar}} =$$

$$= \left(\frac{1}{n\hbar^2}\right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{n^2}{4\lambda}} e^{ipx/\hbar} e^{-\frac{i(p+1)t}{\hbar}} dp =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \left(\frac{1}{n\hbar^2}\right)^{1/4} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{n^2}{4\lambda} + \frac{1}{2\hbar^2} p^2 + \frac{ipx}{\hbar} - \frac{i(p+1)t}{\hbar}\right)} dp$$

Kāravētākās vērtības ir $n=1$ (vienas slāņa spārni), $\lambda = 1$ (vienas slāņa spārni), $p = 0$, $t = 0$.
 $\Re\left(\frac{1}{2\hbar^2} + \frac{i}{2n\hbar}\right) = \frac{1}{2\hbar^2} > 0$, tātāt $\lambda > 0$, apli!

$$f(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \frac{1}{(m/k)^{1/4}} e^{\frac{(ixt)^2}{k} - \frac{it}{2mk}}$$

Axon 4

Лекция 4
Суперциклические молекулы → 1D спиралей на основе полимеров и кристаллов

$$t=0, \varphi(x,0) = \begin{cases} Nx, & \text{for } 0 < x < h/2 \\ N(h-x), & \text{for } h/2 < x < L \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad (2)$$

(a) În următorul răspuns se va calcula o altă expresie pentru $\varphi(x,t)$.
 n. Există o funcție cunoscută y_n :

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Kapacitatsfaktor } \gamma_{\text{Kap}} = \frac{\int_0^L N(x) dx}{\int_0^L N(x) dx + \int_{L-x}^L N(l-x) dx} \\
 & = \frac{\int_0^{L/2} N(x) dx + \int_{L/2}^L N(l-x) dx}{\int_0^{L/2} N(x) dx + \int_{L/2}^L N(l-x) dx} \\
 & = \frac{\frac{1}{3} L^3 - \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2}\right)^3 + L^2 \left(L - \frac{L}{2}\right)}{\frac{1}{3} L^3 - \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2}\right)^3 + L^2 \left(L - \frac{L}{2}\right)} = \frac{7}{5} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

• Optic fibres

$$M^2 \left[\frac{1}{3} \left(\frac{L}{2} \right)^3 + L^2 \frac{L}{2} - 2L \frac{L^2}{2} + 2L \frac{1}{2} \left(\frac{L}{2} \right)^2 + \frac{L^3}{3} - \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2} \right)^3 \right] = 1$$
$$\Rightarrow M^2 \left(\frac{L^3}{2} + \frac{L^3}{4} + \frac{L^3}{3} \right) = 1 \Rightarrow M^2 \left(-\frac{6L^3}{12} + \frac{3L^3}{12} + \frac{4L^3}{12} \right) = 1$$
$$M^2 \frac{L^3}{12} = 1 \Rightarrow M^2 = \frac{12}{L^3} \Rightarrow N = \sqrt{\frac{12}{L^3}} (4)$$

$$(1) \xrightarrow{(4)} \psi(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{\frac{12}{L^3}} x, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2}, \\ \sqrt{\frac{12}{L^3}} (L-x), & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_n &= \int_{-\infty}^{\infty} f_n^*(x) \psi(x, 0) dx \xrightarrow{(3)} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{12}{L^3}} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \psi(x, 0) dx \xrightarrow{(5)} \\ &= \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \left[\int_0^{\frac{L}{2}} x dx + \int_{\frac{L}{2}}^L \frac{12}{L} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \sqrt{\frac{12}{L^3}} (L-x) dx \right] \\ &= \frac{\sqrt{24}}{L^2} \int_0^L \sin\left(\frac{nx}{L}\right) x dx + L \int_{L/2}^L \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \sqrt{\frac{12}{L^3}} (L-x) dx \\ &\because \int_a^b \sin\left(\frac{nx}{L}\right) x dx = \left[-\frac{L}{n} \left(-\frac{m}{L} \right) \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \right]_a^b = -\frac{L}{n} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right) x \right]_a^b \\ &= -\frac{L}{n} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right) x \right]_a^b = -\frac{L}{n} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right) x \right]_a^b - \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right) x \right]_a^b \\ &= -\frac{L}{n} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right)_b - \cos\left(\frac{nx}{L}\right)_a - \frac{L}{n} \sin\left(\frac{nx}{L}\right)_b \right]_a^b = \\ &= -\frac{L}{n} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right)_b - \cos\left(\frac{nx}{L}\right)_a - \frac{L}{n} \sin\left(\frac{nx}{L}\right)_b + \frac{L}{n} \sin\left(\frac{nx}{L}\right)_a \right] \\ \text{then } I_1 &= \int_0^L \left[\frac{1}{m} \cos\left(\frac{nx}{L}\right) \right] \int_0^{\frac{L}{2}} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) x dx = \\ &= -\frac{L}{m} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right) \right]_0^{\frac{L}{2}} - \cos\left(\frac{nx}{L}\right)_0 - \frac{L}{m} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \left[\frac{1}{2} \right]_0^{\frac{L}{2}} = \\ &= -\frac{L}{m} \left[\frac{L}{2} \cos\left(\frac{nx}{L}\right) - \frac{L}{m} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) \right] = \frac{L}{m} \left[\frac{1}{2} \right] \frac{1}{m} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{nx}{L}\right) \\ &= \int_{L/2}^L \sin\left(\frac{nx}{L}\right) x dx = -\frac{L}{m} \left[\cos\left(\frac{nx}{L}\right) \right]_L - \cos\left(\frac{nx}{L}\right) \left[\frac{L}{2} \right] - \frac{L}{m} \sin\left(\frac{nx}{L}\right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{L}{m} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right] = \frac{L^2}{m} \left[\frac{1}{2} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \cos(m\pi) - \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right] \\
 I_3 &= \int_{L/2}^L \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) dx - \frac{1}{m} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \Big|_{L/2}^L = -\frac{L}{m} \left[\cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \right. \\
 & \quad \left. - \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right] = \frac{L}{m} \left[\cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \cos(m\pi) \right] \\
 \text{Ipa } a_n &= \frac{\sqrt{24}}{16} \left[\frac{L}{m} \left(\frac{1}{2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right) + L \left(\cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \cos(m\pi) \right) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{L^2}{m} \left(\frac{1}{2} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \cos(m\pi) - \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right) \right] \\
 &= \boxed{\frac{L}{m}} \left[\frac{\sqrt{24}}{16} \left(\frac{1}{2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) - \cos(m\pi) - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right) \right. \\
 & \quad \left. - \cos(m\pi) + \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right] = \frac{2\sqrt{24}}{n^2 n^2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) (6) \\
 P_n &= |a_n|^2 \left| \frac{2\sqrt{24}}{n^2 n^2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right|^2 = \frac{4 \cdot 24}{n^4 n^4} \sin^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) = \frac{96}{n^4 n^4} \sin^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) \\
 (8) \Psi(x, t) &=; \\
 \Psi(x, t) &= \sum_n a_n \Psi_n(x, t) = \sum_n a_n \Psi_n(x) e^{-i \frac{n\pi}{L} t} \xrightarrow{\text{Commutator}} \sum_n \frac{2\sqrt{24}}{n^2 n^2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) e^{-i \frac{n\pi}{L} t} \\
 &\xrightarrow{\text{exp}(-i \frac{t}{L} n^2 \frac{\partial^2}{L^2})} \sum_n \frac{2\sqrt{24}}{n^2 n^2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) e^{-i \frac{(m+1)\pi}{2} t} \\
 H(x, t) &= \sum_n \frac{2\sqrt{24}}{n^2 n^2} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) e^{-i \frac{(m+1)\pi}{2} t} \\
 \text{Ocaso } m=n &= 2, m=1, 2, \dots \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{2m\pi}{L}\right) = 0 \text{ o casos} \\
 \Psi(x, t) &= \frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{48}{L}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \sin\left(\frac{(2m-1)\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{(2m-1)n\pi}{L}\right) e^{-i \frac{(2m-1)\pi}{2} t} \\
 (\text{9}) \langle E \rangle &= \\
 &\approx \text{H(8)} \\
 &\text{H(8) é a soma de soluções cossenos da expansão trigonométrica} \\
 x &\approx L
 \end{aligned}$$

αρικ Ασένος

$$\langle \hat{E} \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \frac{1}{n^2} = \frac{(2m\ell)^2 \hbar^2}{2mL^2} =$$

$\langle [\hat{x}, \hat{H}] \rangle = 0$ για τη δεομένη κατανούσεις για αναδυόμενη ροή και σαν γενικότερη

$$A_p \frac{1}{m} \langle p \rangle \geq \langle [\hat{x}, \hat{H}] \rangle = 0 \Rightarrow \langle p \rangle \geq 0 \quad (10)$$

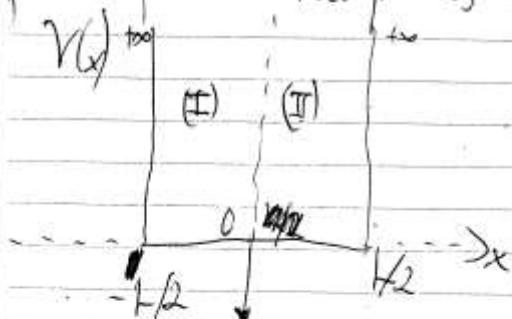
$$\langle p^2 \rangle = \langle p^2 \rangle \geq \langle p \rangle^2 \stackrel{(10)}{\geq} 0^2 \Rightarrow$$

$$\langle p^2 \rangle = \langle p^2 \rangle = \frac{k^2 + (k+1)^2}{2} = \frac{k^2}{2} = \langle n \rangle$$

$$\langle \hat{E} \rangle = \langle p^2 \rangle = \frac{\langle n \rangle}{2m} = \frac{\langle n \rangle \cdot \hbar^2}{2mL^2}$$

Άσκηση 6:

Ιδούμες και λιθοπάροις δέσμων καρεκούρων, με μήκος L , που αποτελείται από δύο μέρη, διαφορά μεταξύ των οποίων είναι Δx . Διαφορά μεταξύ των δύο μέρων είναι Δx .



Εσωτερικός της πρώτης και δεύτερης πόλης της περιοχής Δx , δε γίνεται σημαντική διαφορά. Τούτη η διαφορά:

$$V(x) = \begin{cases} ax^2, & a > 0, -L/2 \leq x \leq L/2 \\ +\infty, & x > L/2 \end{cases}$$

Εγινε από αριθμητική σημασία να είναι

Μέσα στη σημαντική περιοχή δύο διαφορετικές δημιουργίες για να διεργαστεί τη διαφορά στην πόλη. Μαζί με την δέλτα οι γύρισες που έχει σχεδιάσει:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{m\epsilon}{\hbar^2} \psi + \frac{E_0}{\hbar^2} \psi \quad \text{δηλ. } A = 0 \text{ για } E_0 = 0 \text{ στη}$$

Είναι:

$$\begin{aligned} \psi_I(x) &= A e^{ikx} + B e^{-ikx} \\ \psi_{II}(x) &= C e^{ikx} + D e^{-ikx} \end{aligned} \quad \left\{ \frac{\hbar^2}{m} \frac{2m}{L^2} |k|^2 = -\frac{2m\epsilon}{\hbar^2} \right. \quad (2)$$

H ουσία σε $x = -l/2, x = l/2$ ωστι:

$$f(-\frac{l}{2}) = 0 \Rightarrow Ae^{\frac{lk}{2}} + Be^{-\frac{lk}{2}} = 0 \Rightarrow Ae^{-\frac{lk}{2}} + Be^{\frac{lk}{2}} = 0 \Rightarrow$$

$$Ae^{\frac{lk}{2}} = 0 \Rightarrow A = -Be^{\frac{lk}{2}} \quad (3)$$

$$f(\frac{l}{2}) > 0 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} Ce^{\frac{lk}{2}} + De^{-\frac{lk}{2}} > 0 \Rightarrow (e^{\frac{lk}{2}} + D) > 0 \Rightarrow D = -Ce^{\frac{lk}{2}} \quad (4)$$

~~H αντίστροφη καταστάση είναι αριθμητική για $x \in [0, l]$.
Η πρώτη καταστάση της σταθερής φύσης παραπέμπει σε
καταστάση~~

H κυριότερη στάση είναι στα $x=0$:

$$f(0) = f(0) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} Ae^{0} + Be^{0} - Ce^{0} - De^{0} \Rightarrow A + B = C + D \quad (5)$$

$$B e^{0} + B = C - C e^{0} \Rightarrow B(1 - e^{0}) = (C - C e^{0}) \Rightarrow B = C \quad (5)$$

Aπό τις (3), (4), (5) και μέσω της (2) επρόγραψε τις διαφορετικές μέσων του B :

$$f(x) = -Be^{kx} e^{kx} + Be^{kx} e^{-kx} \quad (6)$$

$$f'(x) = Be^{kx} - Be^{kx} e^{-kx}$$

Επειδή σύντομα στη στάση της $f'(x)$ συναντήσαμε (εντούτοις στη σημερινή $x=0$) θετικήν $\epsilon > 0$ με $\epsilon \rightarrow 0$ διελαχιστοποιώντας τη στάση της Schrödinger από $-E$ ως $+E$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \int_{-E}^{+E} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx = a \int_{-E}^{+E} d(x) + (x) = E \int_{-E}^{+E} d(x) dx \Rightarrow$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{dy}{dx} (x=t) - \frac{dy}{dx} (x=-t) \right) - a + (0) = 0$$

Στο σημείο $E=0$:

$$\frac{dy}{dx} = Be^{kx} e^{kx} - Be^{-kx} e^{-kx} = Bk_x (1 + e^{2kx}), \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = Bk_x (1 + e^{0}) = Bk_x (1 + 1) = 2Bk_x$$

$$B(-k_x) e^{-kx} = -Bk_x (1 + e^{kx}), + (0) = -Bk_x e^{-kx} + B e^{kx} = B (1 - e^{kx}).$$

$$\text{Άρα } -\frac{\hbar^2}{2m} (Bk_x (1 + e^{kx}) + Bk_x (1 + e^{kx})) = a, B (1 - e^{kx}) \Rightarrow$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} 2k_x (1 + e^{kx}) = a (1 - e^{kx}) \Rightarrow \frac{\hbar^2 k_x (1 + e^{kx})}{m} = a (1 - e^{kx})$$

oicpic Aoenb

$$\frac{k^2 h}{2} \frac{e^{kh/2} + e^{-kh/2}}{2} = a \frac{e^{kh/2} - e^{-kh/2}}{2} \Rightarrow \frac{k^2 h}{m} \cosh\left(\frac{kh}{2}\right) = a \sinh\left(\frac{kh}{2}\right)$$

as & from

$$\frac{k^2 h}{m a} = \tanh\left(\frac{kh}{2}\right), \text{ too exi tava spesial koy dan } kh=0 \text{ ya}$$

nhau ye ong (2) an cocotan de E=0, an kai jadi y (x)=0.

taus mous dags & flowers

$$\frac{k^2 h}{m a} = \tanh\left(\frac{kh}{2}\right), \text{ Exi tis dags es puan, odysma utang.}$$

$$E = \frac{k^2 h^2}{2m} \text{ kai an an cocotan idiomapoggo}$$

$$v(x) = \begin{cases} C(-e^{kh} + e^{-kh}), & -L/2 < x < 0 \\ C(e^{kh} - e^{-kh}), & 0 < x < L/2 \end{cases}$$

Karunungan gak $\neq 0$.

$$\int_{-L/2}^{L/2} (e^{kh} - e^{-kh}) dx = 1 \Rightarrow \int_{-L/2}^{L/2} (e^{kh} + e^{-kh}) (e^{kh} + e^{-kh}) dx +$$
$$\int_{-L/2}^{L/2} (e^{kh} - e^{-kh}) (e^{kh} - e^{-kh}) dx = 1$$

$$[C]^2 \int_{-L/2}^{L/2} (e^{-2kh} - 2e^{kh} + e^{2kh}) dx + \int_{-L/2}^{L/2} (e^{2kh} - 2e^{kh} + e^{2kh}) dx = 1$$

$$\int_{-L/2}^{L/2} \left[\frac{1}{-2k} [e^{-2kh} - e^{2kh}] \right] dx - 2e^{kh} \left(0 + \frac{L}{2} \right) + \frac{e^{2kh}}{2k} \left[e^{2kh} - e^{-2kh} \right] = 1$$

$$\frac{1}{2k} \left[e^{-2kh} - e^{2kh} \right] - 2e^{kh} \left(\frac{L}{2} = 0 \right) + \frac{e^{2kh}}{2k} \left[e^{-2kh} - e^{2kh} \right] = 1$$

$$[C]^2 \left[\frac{1 - e^{4kh}}{2k} - 2e^{kh} \right] + \frac{e^{2kh} - e^{2kh}}{2k} + \frac{e^{4kh} - 1}{2k} - 2e^{kh} = 1$$

$$- \frac{e^{4kh} - e^{4kh}}{2k} = 1 \Rightarrow [C]^2 \left[\frac{e^{4kh} - 1}{2k} + \frac{e^{4kh} - 2e^{4kh} + e^{4kh}}{2k} \right] = 1$$

$$\frac{e^{4kh} - e^{4kh}}{2k} = 1 \Rightarrow [C]^2 \left[\frac{e^{4kh} - 1}{k} + \frac{e^{2kh} - e^{2kh}}{k} - 2e^{kh} \right] = 1$$

$$[C]^2 \frac{e^{4kh} - 1 - 2k e^{kh}}{k} = 1 \Rightarrow C = \sqrt{\frac{k}{e^{4kh} - 1 - 2k e^{kh}}}$$

$$f_{px}(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{k}{e^{4kh} - 1 - 2k e^{kh}}} (-e^{4kh} + e^{4kh}), & -\frac{L}{2} < x < 0 \\ \sqrt{\frac{k}{e^{4kh} - 1 - 2k e^{kh}}} (e^{4kh} - e^{4kh}), & 0 < x < \frac{L}{2} \end{cases}$$

$$Y=0: \begin{cases} Y_1 = Ax \\ Y_2 = A(1-x) \end{cases}, \text{ sau } \begin{cases} Y_1 = Ax \\ Y_2 = A - Ax \end{cases}$$

Mេន នឹង ស្រាវជ្រែក តាមរបៀប នឹង បញ្ហា (តុលាបន្ទូរ) និង នឹង បញ្ហា $\frac{h}{2}$ ដើម្បី ស្រាវជ្រែក ម៉ា និង នឹង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា ដើម្បី ស្រាវជ្រែក ម៉ា ។ នៅពេល នឹង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា និង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា នឹង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា ។ នៅពេល នឹង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា និង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា ។

ឯកសារ នៃ នឹង បញ្ហាស្រាវជ្រែក ម៉ា $\frac{h}{2}$.

រូបរាង 8:

ការគិតចាត់ទូទៅ:

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 (1)$$

$$I_1 = \langle n | x^2 | n \rangle =$$

$$I_2 = \langle n | p^2 | n \rangle =$$

$$\text{ការគិតចាត់ទូទៅ } I_n > I_3 = (k)(I_p) = ; \quad \text{លទ្ធផល } \langle n | p^2 | n \rangle > \langle n | x^2 | n \rangle$$

$$\langle n | x^2 | n \rangle = \langle n | \left(\frac{p + i}{\sqrt{2}}\right)^2 | n \rangle = \frac{1}{2} \langle n | (p + i)^2 | n \rangle = \frac{1}{2} \langle n | (p + i)(p + i) | n \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \langle n | (p^2 + i^2 + 2pi + i^2) | n \rangle = \frac{1}{2} \langle n | (0 + 0 + (N+1) + N) | n \rangle = \frac{1}{2} \langle n | (2N+1) | n \rangle$$

$$= \frac{2n+1}{2} = n + \frac{1}{2} (2)$$

$$\text{បាន } \langle x^2 \rangle = n + \frac{1}{2} (3)$$

~~$$\langle p^2 \rangle = \langle n | p^2 | n \rangle = \langle n | \left(\frac{p + i}{\sqrt{2}}\right)^2 | n \rangle = -\frac{1}{2} \langle n | (p + i)^2 | n \rangle$$~~

$$= -\frac{1}{2} \langle n | (p^2 + i^2 - 2pi + i^2) | n \rangle = -\frac{1}{2} \langle n | (0 + 0 - (N+1) - N) | n \rangle =$$

$$= -\frac{1}{2} \langle n | (-2N-1) | n \rangle = \frac{1}{2} \langle n | (2N+1) | n \rangle = \frac{2n+1}{2} = n + \frac{1}{2} (4)$$

$$\text{បាន } \langle p^2 \rangle = n + \frac{1}{2} (5)$$

αριθμική Αστρονομία

Δεδουλεύεται σε $\langle x \rangle = \langle p \rangle = 0$, δια παραγόντων:

$$\langle x^2 \rangle = \langle x^2 \rangle \quad (6) \text{ παρ.}$$

$$\langle p^2 \rangle = \langle p^2 \rangle \quad (7) \text{ παρ.}$$

$$(6), (7) \rightarrow \langle x^2 \rangle + \langle p^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle p^2 \rangle$$

$$[(\Delta x)^2 + (\Delta p)^2] = \left(n + \frac{1}{2}\right)\left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot ((\Delta x)(\Delta p))^2 = \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$(\Delta x)(\Delta p) = n + \frac{1}{2}$$

Άσκηση 12

Συμπληρώστε μέχρι να ολοκληρωθεί το γράψιμο της συγκεκριμένης ρητής σταύρωσης:

$\left(-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2}\right) \rightarrow \psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}(x+a/2)\right)$

Διαλογούσας σταύρωσης στην γραφή: $(-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2})$

(a) Λαμβάνεται η λογική της και λογοτυπία της $\psi_n^{(2)}(x)$:

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}(x+a/2)\right) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}(x+a)\right) \quad (2)$$

Κατά την διαλογούσα σταύρωση της συγκεκριμένης σταύρωσης παραπέμπεται $-a/2 < x < a/2$, δηλαδή:

$$\psi(x) = \psi(x, t=0) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}(x+a)\right) - \frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \\ 0, \quad -a < x < -\frac{a}{2}, \frac{a}{2} < x < a \end{cases} \quad (3)$$

Μερικές για διεύθυνση σταύρωσης:

$$V(x) = 0, \quad \text{για } -a < x < a$$

Είσιντες τη Schrödinger για $-a < x < a$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E \psi \Leftrightarrow \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \Leftrightarrow k_x^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\psi(x) = A e^{ik_x x} + B e^{-ik_x x}$$

Люк ортогональныи $\Psi(x)$ ока функції:

$$\begin{cases} f(x=a) = 0 \Rightarrow A e^{-ikx_0} + B e^{ikx_0} = 0 \Rightarrow A e^{-ikx_0} + B e^{ikx_0} = 0 \Rightarrow \\ A = B e^{2ikx_0} \end{cases}$$

$$A e^{ikx} - B e^{ikx} = B e^{ikx} (e^{ikx} - 1) \Rightarrow$$

$$\text{Изъясняем } \Psi(x=a)=0 \Rightarrow -B e^{ikx_0} e^{ikx_0} + B e^{-ikx_0} e^{-ikx_0} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{e^{2ikx_0} + e^{-2ikx_0}}{2} = 0 \Rightarrow \frac{e^{2ikx_0} - e^{-2ikx_0}}{2} = 0 \Rightarrow \sin(2kx_0) = 0 \Rightarrow$$

$$2kx_0 = n\pi \Rightarrow k = \frac{n\pi}{2a}, n=1, 2, 3, \dots$$

Наиболее интересный случай

$$E = \frac{\hbar^2 k^2 m}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2}{8m a^2}, n=1, 2, 3, \dots$$

Характеристичные для колебаний в резонаторах формулы для орбитальной

$$\psi(x) = -B(e^{ikx} - e^{-ikx}) =$$

$$= C \left(e^{ik(x+a)} - e^{-ik(x+a)} \right) = C \sin(kx(x+a)) = \left(\sin \left(\frac{n\pi}{2a}(x+a) \right) \right)$$

$$= \sin \left(\frac{n\pi}{2a}x + \frac{n\pi}{2} \right)$$

Количественные свойства решений:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi dx = 1 \Rightarrow \int_a^{-a} C^* \sin \left(\frac{n\pi}{2a}(x+a) \right) C \sin \left(\frac{n\pi}{2a}(x+a) \right) dx = 1.$$

здесь $x = y - a$, диференцируя

$$|C|^2 \int_0^{2a} \sin \left(\frac{n\pi}{2a}y \right) dy = 1$$

из условия $y = 0$ и $y = 2a$

$$|C|^2 \int_0^{2a} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left(\frac{n\pi}{2a}x \right) \right] dx = 1 \Rightarrow |C|^2 \left[\frac{1}{2}(2a-0) - \frac{1}{2} \frac{a}{n\pi} \sin \left(\frac{n\pi}{2a}a \right) \right] = 1$$

$$= 1 \Rightarrow |C|^2 \left[a - \frac{a}{n\pi} \left(\sin \left(\frac{n\pi}{2a}a \right) \right) \right] = 1 \Rightarrow \sin \left(\frac{n\pi}{2a}a \right) = 1 \Rightarrow$$

$$|C|^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow C = \pm \sqrt{\frac{1}{a}}$$

Λαζαρίκ Αστερού

Άριθμη των ωδοντων πόρος: $\psi_n^{(2a)}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \left[\frac{n\pi}{2a} (x+a) \right] \quad (4)$

με τις αντίστοιχες ιδιωτικές Εννοιώνες $E_n = n \frac{\pi^2 f_0^2}{8ma^2}$, $n=1, 2, 3, \dots \quad (5)$

(b) Συντονίζοντας μια μέγιστη συνάρτηση των επιπλέοντων πόρων των ουρανών να διαβιβάσει την γρήγορη σταθερή κατάσταση των ουρανών μεταξύ των πλανητών.

Απίκειται:

$$\begin{aligned} E_{42}(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(2a)}(x) \frac{V(x,t)}{a} - \frac{f_0^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} \sin \left(\frac{n\pi}{2a} (x+a) \right) \right] = E_{42}(x) \\ &\Rightarrow - \frac{f_0^2}{2m} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{21}{a} \cos \left(\frac{21\pi}{2a} (x+a) \right) \right] = E_{42}(x) \\ &- \frac{f_0^2}{2m} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} \frac{21}{a} \left(-\sin \left(\frac{21\pi}{2a} (x+a) \right) \right) = E_{42}(x) \\ &\frac{f_0^2 21^2}{2m} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} \sin \left(\frac{21\pi}{2a} (x+a) \right) = \frac{f_0^2 21}{\sqrt{a}} \sin \left(\frac{21\pi}{2a} (x+a) \right) \forall x \\ &E = \frac{21^2 f_0^2}{ma^2} = 16 \frac{\pi^2 f_0^2}{8ma^2} = 4^2 \frac{\pi^2 f_0^2}{8ma^2} \stackrel{(5)}{=} E_{42}(x) \rightarrow \psi_4^{(2a)} \end{aligned}$$

Αποτελεί να υπολογίσουμε λανσάρι, την γρήγορη σταθερή να μηδενίσουμε στην απόσταση από την πλανητική τροχιά των πλανητών.

$$\begin{aligned} L_4 &= \int_{-a}^{a} \psi_4^{(2a)}(x) f_4(x-t) f_4(x+t) dx = \int_{-a}^{a} \psi_4^{(2a)}(x) e^{-i\frac{21\pi}{2a}(x-t)} e^{i\frac{21\pi}{2a}(x+t)} dx \\ &= \int_{-a}^{a} \psi_4^{(2a)}(x) f_4(x) e^{i\frac{21\pi}{2a}t} e^{-i\frac{21\pi}{2a}t} dx \stackrel{(4)(4)}{=} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \left[\frac{21\pi}{2a} (x+a) \right] \sqrt{2} \cdot \\ &\sin \left(\frac{21\pi}{2a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right) dx = \sqrt{2} \int_{-a/2}^{a/2} \sin \left(\frac{21\pi}{2a} x + 21\pi \right) \sin \left(\frac{21\pi}{2a} x + \frac{21\pi}{2} \right) dx \\ &= \sqrt{2} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2} \left[\sin \left(\frac{21\pi}{2a} x + 21\pi \right) - \sin \left(\frac{21\pi}{2a} x + \frac{21\pi}{2} \right) \right] dx = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \sin \left(\frac{21\pi}{2a} x \right) \left[\sin \left(\frac{21\pi}{2} \right) - \sin \left(\frac{21\pi}{2a} \right) \right] dx \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2} \left[1 - \left(-\frac{a}{2} \right) \right] - \frac{a}{4\pi} \sin \left(\frac{21\pi}{2a} x \right) dx = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2} \left[\frac{a}{2} + \frac{a}{2} \right] - \frac{a}{4\pi} \left(\sin \left(\frac{21\pi}{2a} x \right) \right) dx = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[\frac{a}{2} \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2} \right) - \frac{a}{4\pi} \left(\sin \left(\frac{21\pi}{2a} a \right) - \sin \left(\frac{21\pi}{2a} (-a) \right) \right) \right] = \end{aligned}$$

$$= -\int_{a^2}^2 \frac{a}{2} \Rightarrow P = |a|^2 \cdot \left(-\int_{a^2}^2 \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2}{a^2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{1}{2}$$

Άσκηση 13:

Συμβολικό μέτρος μέσα σε έναν τετράγωνο πλάτους a στον οποίο $0 \leq x \leq 2a$, $0 \leq y \leq 2a$. (1)

$\nabla V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 2a, \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases}$

Το προσδικόν από H ταύτιζε $V = by$, $b > 0$ (2). Επιβεβαιώνεται ότι στην εξίσωση της διαφοράς $\nabla V - b \nabla y$ η λεξική διαφορά είναι ζερό.
Οι δύο της διαφοράς διατάξεις $\nabla V = b \nabla y$ και $\nabla y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ είναι καταστατικές για την εξίσωση της διαφοράς.

Χρησιμοποιήστε την εξίσωση $V = by$ για να βρεθεί το τετράγωνο κέντρο.

$$H_0 = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + 0 = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (4)$$

Ορίζεται $\psi_{n1}^{(0)}(x, y) = \psi_{n1}^{(0)}(x) \psi_{n2}^{(0)}(y)$, $\psi_{n2}^{(0)}(y) = E_n^{(0)} f(y)$. Από την (4) είναι:

$$H_0 \psi_{n1}^{(0)} = E_m \psi_{n1}^{(0)} \Rightarrow -\frac{\partial^2 \psi_{n1}^{(0)}}{\partial x^2} = E_m \psi_{n1}^{(0)} \text{ και}$$

$$H_0 \psi_{n2}^{(0)} = E_{n2} \psi_{n2}^{(0)} \Rightarrow -\frac{\partial^2 \psi_{n2}^{(0)}}{\partial y^2} = E_{n2} \psi_{n2}^{(0)}$$

Από την ανάλυση της περιπετείας σημαδιών από την Βαλτική με εισόδημα $L = 2a$ είναι:

$$\psi_{n1}^{(0)}(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) = \sqrt{\frac{2}{2a}} \sin \left(\frac{n\pi x}{2a} \right) = \sqrt{\frac{1}{a}} \sin \left(\frac{n\pi x}{2a} \right) (5)$$

$$\text{Με τετράγωνη } E_m = \frac{1}{2m} \left(\frac{n\pi}{2a} \right)^2 = m \frac{n^2 \pi^2}{8a^2}, n=1, 2, 3, \dots (6)$$

$$\psi_{n2}^{(0)}(y) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \left(\frac{n\pi y}{L} \right) = \sqrt{\frac{2}{2a}} \sin \left(\frac{n\pi y}{2a} \right) = \sqrt{\frac{1}{a}} \sin \left(\frac{n\pi y}{2a} \right) (7)$$

$$\text{Με τετράγωνη } E_{n2} = \frac{1}{2m} \left(\frac{n\pi}{2a} \right)^2 = n_2^2 \frac{\pi^2}{8a^2}, n_2=1, 2, 3, \dots (8)$$

Στα πρώτα n ορατά κανονικούς μετρητές της διαφοράς H οι οποίες και για $m=0, n=0$ ταύτιζε την περιπετεία ~~την περιπετεία~~ οποιας H_0 , H_1 για την ανάλυση $\psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n(x)$ της πολιτικής μέτρας της περιπετείας.

$$(6), (8) \Rightarrow E_n = \sqrt{E_m^{(0)} + E_{n2}^{(0)}} = (m^2 + n_2^2) \frac{\pi^2}{8a^2} (9)$$

άστρικ Ασέων

$$r=14+n_2 \Rightarrow n=0, 1, 2, \dots$$

$$\bullet \int_{\text{Ω}} \partial_r V \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} d\Omega$$

$$E_1 = \frac{1}{8m^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \quad \text{Είναι } 2\text{-διμορφής, } \psi_{1,0}(x, y) = \psi_{1,0}(x)$$

$$\text{Καὶ } \psi_{1,0}(x, y) = \psi_{1,0}(x) + \psi_{1,0}(y) = 0 \quad \text{όπως και } \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \text{ οπ. απορρίφεται}$$

$$\bullet \text{Για την εργεία } E_2 = \frac{(1+1)^2}{8m^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{2}{8m^2} = \frac{n^2 k^2}{4m^2} \quad \text{Είναι μόνο}$$

$$\text{τριμορφής την } \psi_{2,0}(x, y) = \psi_{1,0}(x)\psi_{1,0}(y) \rightarrow \text{βεβαίωσης σωθήματος}$$

$$\text{Απορρίφεται την STEP σύνθετη } n=0 \text{ ή } n=1 \text{ γιατί } \partial_r \text{ πάντα συνέβαλλε στην } \psi_{1,0}(y) \text{ η } \psi_{1,0}(y) \text{ δεν είναι δίδακτρα (σα μη } 0 \text{, και από τα εργαστήρια } \psi_{1,0}(y)=0 \text{)}$$

$$\text{Για την εργεία } E_3 = (2+1^2) \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{5n^2 k^2}{8m^2} \quad \text{Είναι } 2\text{-διμορφής}$$

$$\text{τ.ι. } \psi_{3,0}(x, y) = \psi_{1,0}(x)\psi_{1,0}(y) = 0 \quad \text{και } \psi_{3,0}(x, y) - \psi_{1,0}(x)\psi_{1,0}(y) = 0 \rightarrow \text{η δι-}$$

$$\text{κερκίνη σωθήματος, είναι δικύλωτης}$$

$$\text{Για την εργεία } E_4 = (2^2+1^2) \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{n^2 k^2}{m^2} \quad \text{Είναι μόνο } 1\text{-διμορφής}$$

$$\text{τούτη } \psi_{4,0}(x, y) = \psi_{1,0}(x)\psi_{2,0}(y) \rightarrow \text{2η διεργήσιμη σωθήματος}$$

$$E_4 = \left\langle \psi_{2,0}(x, y), \psi_{1,0}(x)\psi_{2,0}(y) \right\rangle_{(0,0)} = \left\langle \psi_{2,0}(x, y), \psi_{1,0}(y) \right\rangle_{(0,0)}$$

$$= \int_0^{2a} \int_0^{2a} \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cdot \int_0^{2a} \sin\left(\frac{\pi y}{2a}\right) * bxy \left[\int_0^{2a} \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \int_0^{2a} \sin\left(\frac{\pi y}{2a}\right) dy \right] dx =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{2a} x \sin^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right) dx \int_0^{2a} y \sin^2\left(\frac{\pi y}{2a}\right) dy = \frac{1}{2} \int_0^{2a} x \sin^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right) dx =$$

$$= \frac{6}{a^2} \int_0^{2a} \left[\frac{x}{2} - \frac{x^3}{24} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \right] dx = \frac{6}{a^2} \left[\frac{x^2}{2} - \int_0^{2a} x \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) dx \right] =$$

$$= \frac{6}{a^2} \left[\frac{2a^2}{2} - \frac{a}{2} \int_0^{2a} x \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) dx \right] =$$

$$= \frac{6}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \int_0^{2a} x \left(\frac{\pi}{2a} \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \right) dx \right] = \frac{6}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \left. \frac{\pi}{2a} x \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \right|_0^{2a} \right] =$$

$$= \frac{6}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \left. \frac{\pi}{2a} x \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \right|_0^{2a} - 0 \sin(0) \right] =$$

$$= \frac{6}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \left. \frac{\pi}{2a} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \right|_0^{2a} - \cos(0) \right] =$$

$$= \frac{6}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \left(1 - 1 \right) \right] = \frac{6 \cdot 4a^2}{a^2} = 6a^2$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(-\frac{323}{37^2}\right)^2 =$$

$$\frac{f_{pa}}{f_{max}^2} \cdot \xi_2 = \xi_2^{(1)} + \xi_2^{(2)} =$$

$$= \frac{f_{pa}}{f_{max}^2} + b a^2 \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 & V_{11} = \int_0^a \int_0^a \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(V_1 \right) \right) S_1(x) S_2(y) + \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(V_1 \right) \right) S_1(x) T_1(y) + \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(S_1(x) \right) \right) T_1(y) \right] dx dy \quad (5), (6) \\
 & = \int_0^a \int_0^a \left[\frac{1}{a} \sin \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \int_0^a \left[\frac{1}{a} \sin \left(\frac{2\pi y}{a} \right) \right]^2 dy \right] dx dy \\
 & = \frac{6}{a^2} \int_0^a x \sin^2 \left(\frac{2\pi x}{a} \right) dx \cdot \int_0^a y \sin^2 \left(\frac{2\pi y}{a} \right) dy \quad \text{O.P.} \\
 & = \frac{6}{a^2} \int_0^a \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \right] dx \cdot a^2 = \frac{6}{2} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \right]_0^a - \frac{a}{2} \int_0^a x^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{a} \right) dx \\
 & = \frac{3}{2} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \right]_0^a - a \int_0^a x \left(\sin \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \right)' dx = \frac{3}{2} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \right]_0^a - \frac{a}{2} \int_0^a x \sin \left(\frac{2\pi x}{a} \right) dx \\
 & - \int_0^a x^2 \sin \left(\frac{2\pi x}{a} \right) dx = \frac{6}{2} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \right]_0^a - 0 = \frac{6}{2} \left[\frac{2a^2}{2} - \frac{a}{2} \left(\cos \left(\frac{2\pi 2a}{a} \right) - \cos \left(\frac{2\pi 0}{a} \right) \right) \right] = \\
 & - \frac{a}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \Big|_0^{2a} = \frac{6}{2} 2a^2 - \frac{a^2}{4\pi^2} \left(\cos \left(\frac{2\pi 2a}{a} \right) - \cos \left(\frac{2\pi 0}{a} \right) \right) = \\
 & = \frac{6}{2} 2a^2 - \frac{a^2}{4\pi^2} (1-1) = \frac{6}{2} 2a^2 - 6a^2 \frac{x^2}{2} y V_{22}
 \end{aligned}$$

ωαρπικ Ασεων

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{b}{a^2} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx - \int_0^a x^2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right)' dx \right] \\
 &= \frac{b}{a^2} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx - \int_0^a x^2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(\frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) - \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) dx \\
 &\cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{b}{a^2} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx - \int_0^a x^2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(\frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) - \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) dx \\
 &\text{Apx I} = \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \rightarrow I = \frac{1}{2} \int_0^{2a} x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \\
 &\text{Apx } V_{12} = \int_0^a x^2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(\frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) - \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) dx \rightarrow V_{12} = \frac{1}{a^2} \int_0^{2a} x^2 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(\frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) - \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) dx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{det} [V + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) I] = 0 \Rightarrow \text{allgemeine} \\
 & V_{11} + \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = 0 \quad V_{12} + \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = 0 \quad \text{Simplifizierung} \\
 & b_a^2 + \frac{5\pi^2 k^2}{8m^2} - \varepsilon_3 = b_a^2 \quad \left| \Rightarrow \left(b_a^2 + \frac{5\pi^2 k^2}{8m^2} - \varepsilon_3 \right)^2 = 0 \right. \\
 & \left. \Rightarrow \varepsilon_3 = b_a^2 + \frac{5\pi^2 k^2}{8m^2} \right| \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon_4^{(1)} = \left\langle \psi_{4,1}^{(1)}(x,y), V \psi_{4,1}^{(1)}(x,y) \right\rangle^{(1)} = \left\langle \psi_{4,1}^{(1)}(x) \psi_{4,1}^{(1)}(y), V \psi_{4,1}^{(1)}(x,y) \right\rangle^{(1)} \\
 & = \int_0^a \int_0^a \left(\int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \int_0^a y \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \right) B_{xy} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \int_0^a y \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) dy dx = \\
 & = \frac{b}{a^2} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \int_0^a y \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) dy = \frac{b}{a^2} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \int_0^a y^2 \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) dy = \\
 & = \frac{b}{a^2} \int_0^a x \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) dx = \frac{b}{a^2} \left[\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} \int_0^a x \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \right] = \\
 & = \frac{b}{a^2} \left[\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \right] = \\
 & = \frac{b}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \left(x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \Big|_0^a - \int_0^a x \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \right) \right]^2 = \\
 & = \frac{b}{a^2} \left[2a^2 - \frac{a}{2} \left(2a \sin\left(\frac{\pi a}{a}\right) - 0 \sin\left(\frac{\pi 0}{a}\right) + \frac{a}{2} \cos\left(\frac{\pi a}{a}\right) \Big|_0^a \right) \right]^2 = \\
 & = \frac{b}{a^2} \left[2a^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \left(\cos\left(\frac{\pi a}{a}\right) - \cos\left(\frac{\pi 0}{a}\right) \right) \right]^2 = \frac{b}{a^2} \left(2a^2 - \frac{a^2}{4} (1-1) \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\geq \frac{b}{a^2} k_a^4 = b a^2 \ell_1$$

$$\text{Apa } E_4 = E_4^{(1)} + E_4^{(2)} = \frac{n^2 \ell^2}{m^2} - b a^2 \quad (12)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \geq \frac{E_4^{(1)}}{E_4^{(2)}} = \frac{b a^2}{8 m^2} + b a - \frac{b a^2}{8 m^2} b a$$

$$\begin{aligned} & \text{Га тије високог } E_4^{(1)} \\ & \text{постоји } \exists \text{ ако } \frac{V_{11} V_{12}}{V_{21} V_{22}} \left(\frac{a}{c_1} \right) = \frac{E_4^{(1)}}{E_4^{(2)}} / \frac{c_1}{c_2} \end{aligned}$$

~~$$\frac{b a^2}{8 m^2} \left(\frac{a}{c_1} \right) \left(\frac{c_1}{c_2} \right) \geq b a^2 \left(\frac{a}{c_2} \right) \rightarrow \text{не може}$$~~

Апа и овој етапа не се остварује ако су c_1, c_2 пропорционални, па овој аспект не има међу овој решењу значај.

~~$$D_3^{(1)} = a \sqrt{\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{2a} \right) + Q \sqrt{\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi x}{2a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{a} \right)}} = 1 a^2 + 1 a^2$$~~

~~$$M_{\text{специјални}} = 8 \pi \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} \cdot x \cdot a \geq a = 1 / 2$$~~

~~$$D_3^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{2a} \right) + \sin \left(\frac{\pi x}{2a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{a} \right)}, 0 \leq x \leq 2a, 0 \leq y \leq a$$~~

Ако је (1) решење, тада је $D_3^{(1)}$ идентично га тије у овом случају, али $D_3^{(1)} = 0$, па је:

~~$$D_3^{(1)} = \frac{b a^2}{8 m^2} \left(\frac{c_1^{(1)}}{c_2^{(1)}} \right) = 2 b a^2 \left(\frac{c_1^{(1)}}{c_2^{(1)}} \right) \Rightarrow \frac{b a^2}{8 m^2} \left(\frac{c_1^{(1)} + c_2^{(1)}}{c_2^{(1)}} \right) = 2 b a^2 \left(\frac{c_1^{(1)} + c_2^{(1)}}{c_2^{(1)}} \right) \Rightarrow$$~~

~~$$c_1^{(1)} = c_2^{(1)} \rightarrow \text{Каренцијо (1): } |a^{(1)}|^2 + |c_2^{(1)}|^2 = 1 \Rightarrow a^{(1)} = c_2^{(1)} = 1 / \sqrt{2}, \text{ Апа: } 1$$~~

~~$$D_3^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{2a} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \left(\frac{\pi x}{2a} \right)} \sin \left(\frac{\pi y}{a} \right)} \rightarrow \text{НД}$$~~

~~$$D_3^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{2a} \right) + \sin \left(\frac{\pi x}{2a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{a} \right)} \right]$$~~

~~$$(2): \left(\frac{b a^2}{8 m^2} \frac{b a^2}{8 m^2} \right) \left(\frac{c_1^{(1)}}{c_2^{(1)}} \right)^2 = 0 \left(\frac{Q^2}{a^2} \right) \Rightarrow \frac{b a^2}{8 m^2} \left(\frac{c_1^{(1)} + c_2^{(1)}}{c_2^{(1)}} \right)^2 = 0 \Rightarrow c_1^{(1)} = -c_2^{(1)} \rightarrow$$~~

~~$$\text{Каренцијо (1): } |a^{(1)}|^2 + |c_2^{(1)}|^2 = -|c_1^{(1)}|^2 - |c_2^{(1)}|^2 = 1 / 2, \text{ Апа: } 1$$~~

~~$$D_3^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{2a} \right) - \sin \left(\frac{\pi x}{2a} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{a} \right) \right]$$~~

αρπικ Αρένος

Axon 15

Supercides mazas m

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p}_x^2 + \vec{p}_y^2 + \vec{p}_z^2) + \frac{mc^2}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \vec{B} \cdot \vec{p}_c, \quad B = \frac{mc^2}{i} \Rightarrow$$

$$(a) \ddot{x} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{mc^2}{L} x^2 y z \quad (1)$$

$$\ddot{x}_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2 + z^2) \psi \quad (2)$$

Uk. Kepuasaan dan Keberhasilan oleh Dr. A.A.T. Mulyadi

Ἐποντες καὶ Κυριατορχοπότεσι συνεπάσι.

$$\sum_{k=1}^n \left(y_k - \hat{y}_k \right)^2 = \sum_{k=1}^n \left(y_k - \hat{y}_k + \hat{\mu}_k - \hat{\mu}_k \right)^2 = \sum_{k=1}^n \left(y_k - \hat{\mu}_k \right)^2 + \sum_{k=1}^n \left(\hat{\mu}_k - \hat{y}_k \right)^2$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi_{ni}}{\partial x_i^2} + \frac{m\omega^2}{2} x_i^2 \psi_{ni} = E_{ni} \psi_{ni}, \quad i=1, 2, 3$$

$$E_{n1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) E_{n2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) E_{n3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n_3 + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow$$

$$E_n = \hbar\omega \left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2} \right), \quad n = n_1 + n_2 + n_3, \quad n_1 = 0, 1, 2, \dots$$

The joint frequency is the same now as it was before, even though

1a πρώτη επεξεργασία $\Sigma = 5 \text{ kg}/\text{m}^2$, Except ~~all~~ as idiosyncrasies:

$\text{Y}_{0,0} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,1} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,2} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,3} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_5 & y_5 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,4} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_6 & y_6 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,5} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_7 & y_7 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,6} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_8 & y_8 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,7} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_9 & y_9 \end{pmatrix}$ $\text{Y}_{0,8} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_{10} & y_{10} \end{pmatrix}$

la opisatelj $E_n^{(1)} = \tan\left(n + \frac{3}{2}\right)$ to n je oper na ravnini srednje vrijednosti

to n_2 ces types. Na kai to n_3 tis types ne, & tot wose to (n-ns) na
st aiprei anelotora ne to m types (n-ns) = $n, n-b, n-3, \dots, 0$.
 $n-ns - n-m$

$$\sqrt{=} \quad \boxed{(n-n+1) \neq (n+1)} \quad (n+1)^2 - \frac{n(n+1)}{2} = (n+1) \cdot \frac{2n+2-n}{2}$$

$$\geq \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Ampliar la figura $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ de acuerdo a las indicaciones del ejercicio.

Ejercicio
 $\int_0^{\infty} f(x) dx <$

En cada fila se aplica la desigualdad de Cauchy-Schwarz en el producto escalar de los vectores $\psi_0(x), \psi_1(x), \dots, \psi_n(x)$.

$\psi_i =$

Avícese que para aplicar la desigualdad de Cauchy-Schwarz se tiene que $\psi_i(x) \neq 0$.

~~$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_i(x) \psi_j(x) dx = 0$~~

~~$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_i(x) \psi_j(x) dx = 0$~~

$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_i(x) \psi_j(x) dx = 0$

$$V_{11} = \langle \psi_0 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) x^2 \psi_0(x) dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(y) y \psi_0(y) dy \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(z) z \psi_0(z) dz = 0,$$

$$= 0$$

$$V_{12} = \langle \psi_0 | V | \psi_1 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_1(y) \psi_1(z) dx dy dz =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(y) y \psi_0(y) dy \cdot 0 = 0$$

$$V_{21} = \langle \psi_1 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^*(x) \psi_1^*(y) \psi_1^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^*(z) z \psi_1(z) dz = 0$$

$$V_{13} = \langle \psi_0 | V | \psi_2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_1(y) \psi_1(z) dx dy dz =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(y) y \psi_0(y) dy \cdot 0 = 0$$

$$V_{31} = \langle \psi_2 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_2^*(x) \psi_2^*(y) \psi_2^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_2^*(z) z \psi_2(z) dz = 0$$

$$V_{14} = \langle \psi_0 | V | \psi_4 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_2(y) \psi_2(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_2^*(z) z \psi_2(z) dz = 0$$

$$V_{41} = \langle \psi_4 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_4^*(x) \psi_4^*(y) \psi_4^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(z) z \psi_0(z) dz = 0$$

$$V_{15} = \langle \psi_0 | V | \psi_5 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_3(y) \psi_3(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_3^*(z) z \psi_3(z) dz = 0$$

$$V_{51} = \langle \psi_5 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_5^*(x) \psi_5^*(y) \psi_5^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(z) z \psi_0(z) dz = 0$$

$$V_{16} = \langle \psi_0 | V | \psi_6 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_4(y) \psi_4(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_4^*(z) z \psi_4(z) dz = 0$$

$$V_{61} = \langle \psi_6 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_6^*(x) \psi_6^*(y) \psi_6^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(z) z \psi_0(z) dz = 0$$

$$V_{17} = \langle \psi_0 | V | \psi_7 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_5(y) \psi_5(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_5^*(z) z \psi_5(z) dz = 0$$

$$V_{71} = \langle \psi_7 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_7^*(x) \psi_7^*(y) \psi_7^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(z) z \psi_0(z) dz = 0$$

$$V_{18} = \langle \psi_0 | V | \psi_8 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(x) \psi_0^*(y) \psi_0^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_6(y) \psi_6(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_6^*(z) z \psi_6(z) dz = 0$$

$$V_{81} = \langle \psi_8 | V | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_8^*(x) \psi_8^*(y) \psi_8^*(z) B x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz =$$

$$= 0, \text{ ya que } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^*(z) z \psi_0(z) dz = 0$$

αρχικοί Αριθμοί

$$\begin{aligned} & \left[\int_{\frac{\alpha}{\sqrt{2m}}}^{\infty} \sqrt{2\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx \right]^2 = b \left[\int_{\frac{\alpha}{\sqrt{2m}}}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx \right] \left[\int_{\frac{\alpha}{\sqrt{2m}}}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx \right] \\ & = \frac{b}{2\alpha} \left(\frac{1}{\sqrt{2m}} \right)^2 = \frac{b}{2\alpha} \frac{1}{2\alpha} = \frac{b}{4\alpha^2} \frac{\alpha^2}{(\pi)^2} \frac{1}{L^2} \frac{1}{4m^2} = \frac{b}{4m^2} = \end{aligned}$$

$$V_{31} = \langle \psi_3 | V | \psi_1 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_3^*(x) \psi_3^*(y) \psi_1^*(z) b_x^2 y z \psi_1(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz$$

$$= 0, \text{ αφού } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_3^*(y) y \psi_0(y) dy = 0$$

$$V_{33} = \langle \psi_3 | V | \psi_3 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_3^*(x) \psi_3^*(y) \psi_3^*(z) b_x^2 y z \psi_0(x) \psi_0(y) \psi_0(z) dx dy dz$$

$$\text{αφού } \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_3^*(y) y \psi_0(y) dy = 0$$

$$\det(V - EI) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 - \varepsilon & \frac{R^2}{4mL^2} \\ 0 & \frac{R^2}{4mL^2} & 0 - \varepsilon \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -\varepsilon \begin{vmatrix} -\varepsilon & \frac{R^2}{4mL^2} \\ \frac{R^2}{4mL^2} & -\varepsilon \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \varepsilon \left(\varepsilon^2 - \left(\frac{R^2}{4mL^2} \right)^2 \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\varepsilon = -\frac{R^2}{4mL^2} \quad \text{η} \quad \varepsilon = 0 \quad \& \quad \varepsilon = \frac{R^2}{4mL^2} \quad \text{ο} \quad \varepsilon = E_1^{(1)}(4)$$

$$E_1^{(1)} = E_1^{(0)} + E_1^{(1)(1)} \frac{B_1(4)}{4} - \frac{5\hbar\omega}{2} - \frac{R^2}{4mL^2}, \quad E_1^{(0)} = E_1^{(0)} + E_1^{(0)(0)} \frac{B_1(4)}{8mL^2} - \frac{5\hbar\omega}{2},$$

$$E_1^{(1)} = E_1^{(0)} + E_1^{(1)(4)} \frac{B_1(4)}{4} - \frac{5\hbar\omega}{2} + \frac{R^2}{4mL^2} (5)$$

$$\Phi^{(-)} = g^{(-)} (1) + g^{(-)} (2) + g^{(-)} (3) + g^{(-)} (4)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{4mL^2} \\ 0 & \frac{R^2}{4mL^2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^{(-)} \\ g^{(-)} \\ g^{(-)} \end{pmatrix} = -\frac{R^2}{4mL^2} \begin{pmatrix} g^{(-)} \\ g^{(-)} \\ g^{(-)} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 - \frac{R^2}{4mL^2} g^{(-)} \\ \frac{R^2}{4mL^2} g^{(-)} - \frac{R^2}{4mL^2} g^{(-)} \\ \frac{R^2}{4mL^2} g^{(-)} - \frac{R^2}{4mL^2} g^{(-)} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$g^{(-)} = -g^{(-)}, \quad g^{(-)} = 0$$

$$A_{\mu} \Phi^{(-)} = \sum_{j=1}^4 \left(\psi_j^{(-)} \psi_j^{(-)} \right) = \sum_{j=1}^4 \left(\psi_j^{(1)} \psi_j^{(1)} + \psi_j^{(2)} \psi_j^{(2)} + \psi_j^{(3)} \psi_j^{(3)} + \psi_j^{(4)} \psi_j^{(4)} \right) = 2 \left| \psi^{(-)} \right|^2 = 1 \Rightarrow \left| \psi^{(-)} \right|^2 = 1/2 \rightarrow \text{κανονικό μέτωπο}$$

$$A_{\mu} \Phi^{(+)} = \sum_{j=1}^4 \left(\psi_j^{(+)} \psi_j^{(+)} \right) = \sum_{j=1}^4 \left(\psi_j^{(1)} \psi_j^{(1)} + \psi_j^{(2)} \psi_j^{(2)} + \psi_j^{(3)} \psi_j^{(3)} + \psi_j^{(4)} \psi_j^{(4)} \right) = 2 \left| \psi^{(+)} \right|^2 = 1 \Rightarrow \left| \psi^{(+)} \right|^2 = 1/2 \rightarrow \text{κανονικό μέτωπο}$$

$$O^{(1)} = \psi_1^{(0)} (1) + \psi_2^{(0)} (2) + \psi_3^{(0)} (3) + \psi_4^{(0)} (4)$$

$$A_{\mu} \Phi^{(+)} = \sum_{j=1}^4 \left(\psi_j^{(+)} \psi_j^{(+)} \right) = \sum_{j=1}^4 \left(\psi_j^{(1)} \psi_j^{(1)} + \psi_j^{(2)} \psi_j^{(2)} + \psi_j^{(3)} \psi_j^{(3)} + \psi_j^{(4)} \psi_j^{(4)} \right) = 2 \left| \psi^{(+)} \right|^2 = 1 \Rightarrow \left| \psi^{(+)} \right|^2 = 1/2 \rightarrow \text{κανονικό μέτωπο}$$

$$-\Psi_0(x) \Psi_0(y) \Psi_0(z)$$

$$Y^{(4)} = G^{(4)} D_1 + G^{(4)} D_2 + G^{(4)} D_3$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f^2}{4mL} \\ 0 & \frac{f^2}{4mL} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^{(4)} \\ G^{(4)} \\ G^{(4)} \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} G^{(4)} \\ G^{(4)} \\ G^{(4)} \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{f^2}{4mL} G^{(4)} = 0 \Rightarrow G^{(4)} = 0$$

$$\Delta p_1 (D_1) = G^{(4)} D_1$$

$$G^{(4)} \text{ προστιθένει } |G^{(4)}|^2 = 1 \Rightarrow G^{(4)} \neq 0 \rightarrow \text{κανονισμός}$$

$$\Delta p_1 (D_2) = \Psi_0(x) \Psi_1(y) \Psi_0(z)$$

$$\Delta p_1 (D_3) = G^{(4)} D_1 + G^{(4)} D_2 + G^{(4)} D_3$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f^2}{4mL} \\ 0 & \frac{f^2}{4mL} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^{(4)} \\ G^{(4)} \\ G^{(4)} \end{pmatrix} = \frac{f^2}{4mL^2} \begin{pmatrix} G^{(4)} \\ G^{(4)} \\ G^{(4)} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{f^2}{4mL^2} G^{(4)} \\ \frac{f^2}{4mL^2} G^{(4)} = \frac{f^2}{4mL^2} G^{(4)} \Rightarrow \\ \frac{f^2}{4mL^2} G^{(4)} = \frac{f^2}{4mL^2} (3G^{(4)}) \end{cases} \Rightarrow$$

$$G^{(4)} = G^{(4)} G^{(4)} = 0$$

$$\Delta p_1 (D_3) = G^{(4)} D_3$$

$$\Delta p_1 (D_3) = \sqrt{G^{(4)}} \left[|G^{(4)}|^2 + |G^{(4)}|^2 \right] = 1 \Rightarrow G^{(4)} = 1/\sqrt{2} \rightarrow \text{κανονισμός}$$

$$\Delta p_1 (D_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_0(x) \Psi_1(y) \Psi_0(z) + \Psi_0(x) \Psi_0(y) \Psi_1(z)]$$

Άσκηση 16:

Σερπετίνης διπλώνης ληφθεί στην επιφάνεια σταθμό 10 από την καλύψωση.

Διπλήνη στάση: $\Delta E = \sqrt{m^2 c^2 + p^2 c^2} - mc^2 = \frac{f^2}{4mL}$, με την προστίθενται στην πλ

$$< mc^2 (1)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \hbar \omega \left(\hat{x}^2 + \frac{1}{2} \right) (2)$$

$$= \hat{x} = \sqrt{\frac{m \omega}{2 \hbar}} x + \frac{i \hbar}{\sqrt{2m \hbar \omega}} (3)$$

$$= \hat{x} = \sqrt{\frac{mc^2}{2 \hbar}} x - \frac{i \hbar^2}{2 \hbar m \hbar \omega} (4)$$

αριθμ Ασένω

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \sqrt{n} \ln(n) \quad (5) \\ \langle n^2 \rangle &= \sqrt{n+1} \ln(n+1) \quad (6) \end{aligned}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τα παραπάνω τετραγωνικά τυπώα:

$$\begin{aligned} &\sqrt{m c^2 + p^2} = \\ &= mc \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}} \quad (7) \end{aligned}$$

Με χρηση των διαφορών αναρριγώντων $(1+x)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$ αν:

$$\sqrt{m c^2 + p^2} = mc \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}} = mc + \frac{p^2}{2mc} - \frac{p^4}{8m^3 c^2} + \dots \quad (7)$$

$$\sqrt{m c^2 + p^2} - mc = \frac{p^2}{2mc} - \frac{p^4}{8m^3 c^2} - \frac{mc^2}{8m^2 c^2} - \frac{mw^2 x^2}{8c^2} \quad (8)$$

→ παραπομπή σε ουμέσια με την (1)

Τηρη συνειδητά την κλασική πίστωση, και από εξαγγελία κλασικής γραμμής Συγκαταγγέλλεται στην επόμενη σελίδα.

$$\Delta E_n = \langle n | V_m | n \rangle = \left\langle n \left| \frac{mc^2}{8c^2} \right. \right\rangle = -\frac{mc^2}{8c^2} \langle n | x^2 | n \rangle \quad (9)$$

$$\langle n | x^2 | n \rangle =$$

$$= \left\langle n \left| \frac{\int_0^x (ata^*)^2 dx}{2mc} \right. \right\rangle = \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | (ata^*)^2 | n \rangle = \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | (ata^*)^2 (ata^*)^2 | n \rangle$$

$$= \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | (a^2 t a^2 + a t a^2 + a^2 t a) (a^2 t a^2 + a t a^2 + a^2 t a) | n \rangle$$

Κρατήστε μέρος των σημείων με τα ίδια αριθμό τελετών σημειώσεων (αλλα καταστρέψτε τα άλλα).

$$\langle n | x^2 | n \rangle = \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | a^2 a^2 + a^2 a a a + a a a^2 + a^2 a a + a a a^2 + a a a a | n \rangle$$

$$= \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | a(a^*)^2 a + a^2 (a a^*)^2 + (N+1)(N+1) + (N+1)N + N(N+1) + N \cdot N m | n \rangle$$

$$= \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | a(N+1)a + a^2 N a + (N+1)^2 + 2N(N+1) + N^2 | n \rangle \geq$$

$$k = \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | a N a + a a^2 + a^2 (N-a) + (N+1+N)^2 | n \rangle \geq$$

$$= \frac{x^2}{4mc^2} \langle n | a(a+Na+a^*) + (N+1) + a^2 N - a^2 + (2N+1)^2 | n \rangle \geq$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\hbar^2}{4m^2\omega^2} \langle n | aa^\dagger N + aa^\dagger + (N\alpha) \rightarrow N \cdot N - N + 4N^2 + 4N + 1/n \rangle = \\
 & = \frac{\hbar^2}{4m^2\omega^2} \langle n | N(N+1)(N+N+1+N+1+N^2+4N^2+3N+1)/n \rangle = \\
 & = \frac{\hbar^2}{4m^2\omega^2} \langle n | N^2 + N + 5N^2 + 5N + 3/n \rangle = \frac{\hbar^2}{4m^2\omega^2} \langle n | 6N^2 + 6N + 3/n \rangle = \\
 & = \frac{\hbar^2}{4m^2\omega^2} (6n^2 + 6n + 3) = \frac{3\hbar^2}{4m^2\omega^2} (2n^2 + 2n + 1) (10) \\
 \text{9)} \xrightarrow{(10)} \Delta E_i = -\frac{3\hbar^2\omega^2}{8c^2} \frac{3\hbar^2}{4m^2\omega^2} (2n^2 + 2n + 1) \Rightarrow \Delta E_i = -\frac{3}{32} \left(\frac{\omega^2 \hbar^2}{mc^2} \right) (2n^2 + 2n + 1)
 \end{aligned}$$

Άσκηση 18:

Συμβατισμός μέρους με καιρούς φάσης φ : Το αποτέλλει σημαντική διαφορά εφόσον

(a) Στο ομιλιάρδο δρα, ένα σημαντικός πόσος τη λεκτρική θέσης E παραμένει σταθερή από την περιόδο οσαύρη.

Πρωτότυπη παραγγελία διαβάσου στην οποία:

Αρχικά, ας γνωστού το ουμάτισμα θ από την επίγεια θρησκευτικήν σταθερήν.

$$E_i = \frac{12 \cdot 0^2 \hbar^2}{2ma^2} = \frac{0^2 \hbar^2}{2ma^2} \quad (1)$$

Μετά την δράση της θ τη λεκτρική θέση E προστέθει στην ουμάτισμα θ η δράση $\theta(x)$ την οποία διατίθεται στην παραπομπή $\sqrt{1-x^2}$ στην έξι (2).

$$\begin{aligned}
 & \theta(x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) x \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = -\frac{2\pi}{a} \int_0^a x \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx \\
 & = -\frac{2\pi}{a} \int_0^a x \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] dx = -\frac{2\pi}{a} \left[\int_0^a x dx - \int_0^a x \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx \right] \\
 & = -\frac{2\pi}{a} \left[\frac{x^2}{2} \Big|_0^a - \frac{a}{2\pi} \int_0^a x \frac{1}{a} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx \right] = \\
 & = -\frac{2\pi}{a} \left[\frac{a^2}{2} - \frac{a}{2\pi} \int_0^a x \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx \right] = \\
 & = -\frac{2\pi}{a} \left[\frac{a^2}{2} - 0 - \frac{a}{2\pi} \left(x \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \Big|_0^a - \int_0^a x \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx \right) \right] = \\
 & = -\frac{2\pi}{a} \left[\frac{a^2}{2} - \frac{a}{2\pi} \left(a \sin\left(\frac{2\pi a}{a}\right) \rightarrow 0 - 0 \sin\left(\frac{2\pi 0}{a}\right) + \frac{a}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi a}{a}\right) \Big|_0^a \right) \right]
 \end{aligned}$$

Lápsik Aeónob

$$\begin{aligned} &= -\frac{qE_0}{2\pi} \left[\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4\pi} \left(\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) - \cos\left(\frac{2\pi b}{\lambda}\right) \right) \right] = -\frac{qE_0}{a} \left[\frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{3\pi} (\text{R.T.}) \right] \\ &\approx -\frac{qE_0}{a} \frac{a^2}{2} = -\frac{qE_0 a}{2} (3) \\ \Sigma_1 &= \Sigma_1^{(1)} + \Sigma_1^{(2)} \xrightarrow{\text{(1)/(3)}} \\ \Sigma_1 &= \frac{qE_0 a^2}{2} - \frac{qE_0 a}{2} (4) \end{aligned}$$

(f) $1\text{ns}^{-2}\text{m}^2\text{C}^{-2}$ Fluorescence

(b) Ίης τα ίης στροφεύνον
Σι. στραβωτηνα λα βίβετα σ. ουγκαδίσ ουγν ή γεγγμένη
ταρην τα απεγκβατα σηγαδίσ, σηλ. αυγη πε με 2 γεγγμένη
Κοκατσαράρην,
112:

$$f_n^{(10)} = \sum_{a=1}^{\infty} m\left(\frac{na}{a}\right), n=1, 2, \dots \quad (5) \text{ kan}$$

$$\zeta_n = n^2 \frac{a^2 b^2}{2m^2}, n=1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

$$V_{\text{eff}} = \left< \psi_n^{(1)} \right| V \left| \psi_n^{(1)} \right> = \underbrace{\langle 2 | 0 \rangle}_{\text{in } \psi_0^{(1)}(x) = 0} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_0^{(1)*}(x) V(x) \psi_0^{(1)}(x) dx =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_a^b \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{(m+1)\pi x}{a}\right) (-q_E x) \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{(n+1)\pi x}{a}\right) dx \\
 &= -\frac{q_E}{\sqrt{a}} \int_a^b \sin\left(\frac{(m+1)\pi x}{a}\right) x \sin\left(\frac{(n+1)\pi x}{a}\right) dx \quad 2\sin a \sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b) \\
 &= -\frac{q_E}{\sqrt{a}} \left[\int_a^b x \cos\left((m+1)\frac{\pi x}{a}\right) dx - \int_a^b x \cos\left((n+1)\frac{\pi x}{a}\right) dx \right]
 \end{aligned}$$

Если μ нечетный, то $n=2, 3, \dots \Rightarrow n-1, p+1 >$

$$I = \int_0^a x \cos\left(\frac{k\pi x}{a}\right) dx = -\frac{a}{k\pi} \left[x \sin\left(\frac{k\pi x}{a}\right) + \frac{k\pi}{a} \cos\left(\frac{k\pi x}{a}\right) \right]_0^a$$

$$= \frac{a}{k_1} \int_0^a x \left(\sin\left(\frac{k_1 x}{a}\right) \right)' dx = \frac{a}{k_1} \left[x \sin\left(\frac{k_1 x}{a}\right) \right]_0^a - \int_0^a x' \sin\left(\frac{k_1 x}{a}\right) dx.$$

$$= \frac{a}{k_1} \left[a \sin\left(\frac{k_1 x}{a}\right) - b \sin\left(\frac{k_1 x}{a}\right) + \frac{a}{k_1} \cos\left(\frac{k_1 x}{a}\right) \right] =$$

$$\text{II} \quad \frac{a}{b^2 - a^2} \left(\cos\left(\frac{k\pi a}{b}\right) - \cos\left(\frac{(k+1)\pi a}{b}\right) \right) = \frac{a^2}{b^2 - a^2} [(-1)^k - 1]$$

$$\text{Área } V_M = \frac{a^2}{2} \left[(-1)^{n-1} - 1 \right]$$

$$= \frac{a}{f^2 n^2} \left(\cos\left(\frac{k\pi a}{f}\right) - \cos\left(\frac{(k+1)\pi a}{f}\right) \right) = \frac{a}{f^2 n^2} [(-1)^k - 1]$$

$$\left[\frac{(n^2+2)_{n+1} - (n^2-2n+1)}{(n-1)^2(n+1)^2} \right] = \frac{4mg\epsilon a}{n^2(n-1)^2(n+1)^2} [1 - (-1)^{n+1}] n = \frac{4mg\epsilon a [1 - (-1)^{n+1}] n}{n^2(n-1)^2}$$

$n=2, 3, \dots (7)$

$$D = \Psi_1^{(1)} + \sum_{k \neq 1} \frac{\psi_{k1}}{\epsilon_{k1}^{(1)} - \epsilon_{k1}^{(0)}} \Psi_{k1}^{(0)} \quad (5) \quad (6)$$

$$= \int \frac{2}{a} \sin \left(\frac{nx}{a} \right) + \sum_{k \neq 1} \frac{\frac{4mg\epsilon a}{n^2(n-1)^2} [1 - (-1)^{n+1}] n}{\frac{n^2 k^2}{2m^2} - \frac{n^2 k^2}{2m^2}} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \left(\frac{kx}{a} \right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}} \left\{ \sin \left(\frac{nx}{a} \right) + \sum_{k \neq 1} \frac{8mg\epsilon a^3}{n^4 k^2 (n^2-1)^2 (n^2-k^2)} [1 - (-1)^{n+1}] n \sin \left(\frac{kx}{a} \right) \right\} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{a}} \left\{ \sin \left(\frac{nx}{a} \right) - \sum_{k \neq 1} \frac{8mg\epsilon a^3}{n^4 k^2 (n^2-1)^3} [1 - (-1)^{n+1}] n \sin \left(\frac{kx}{a} \right) \right\}, \quad 0 < x < a \quad (8)$$

$$\sqrt{2} \frac{1}{g\hbar^2} \frac{4mg\epsilon a}{n^2 (2m)^2} [1 - (-1)^{n+1}]^2 = \frac{8g\epsilon a}{g\hbar^2} 2 = \frac{16g\epsilon a}{g\hbar^2} \quad (9)$$

$$w_1 = \frac{\epsilon^{(1)} - \epsilon^{(0)}}{k} = \frac{1}{k} \left[2 \frac{n^2 k^2}{2m^2} - \frac{12 n^2 k^2}{2m^2} \right] = \frac{3n^2 k}{2m^2} \quad (10)$$

$$a_2^{(1)}(t) = -i \int t V_1'(t) e^{i w_1 t} dt \stackrel{(9), (10)}{=} -i \int t \frac{16g\epsilon a}{g\hbar^2} e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} t} dt =$$

$$= -i \frac{16g\epsilon a}{g\hbar^2 k} \frac{2m^2}{3n^2 k} \left[e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} t} - e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} 0} \right] = \frac{32mg\epsilon a^3}{27n^4 k^2} [1 - e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} t}]$$

$$\Rightarrow P_{12} = |a_2^{(1)}(t)|^2 = \left(\frac{32mg\epsilon a^3}{27n^4 k^2} \right)^2 (1 - e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} t}) (1 - e^{-i \frac{3n^2 k}{2m^2} t})^2$$

$$= \left(\frac{32mg\epsilon a^3}{27n^4 k^2} \right)^2 \left(1 - e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} t} - e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} t} + e^{i \left(\frac{3n^2 k}{2m^2} + \frac{3n^2 k}{2m^2} \right) t} \right)$$

$$= \left(\frac{32mg\epsilon a^3}{27n^4 k^2} \right)^2 (2 - 2 \cos \left(\frac{3n^2 k}{2m^2} t \right)) =$$

$$= 2 \left(\frac{32mg\epsilon a^3}{27n^4 k^2} \right)^2 \left(1 - \cos \left(2 \frac{3n^2 k}{2m^2} t \right) \right) = 2 \left(\frac{32mg\epsilon a^3}{27n^4 k^2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{3n^2 k}{2m^2} t \right)$$

για οριστική ηλεκτρική στρένη δύο φασών: $E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \tau > 0 \quad (12)$

Επιστρέφεται στην ορική με τις (7), (9) λύσεις

$$V_{21} = \frac{16g\epsilon a}{g\hbar^2} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (13)$$

$$a_2^{(1)}(t) \stackrel{(10), (13)}{=} -i \int_0^t \frac{16g\epsilon a}{g\hbar^2} e^{-\frac{t}{\tau}} e^{i \frac{3n^2 k}{2m^2} dt} = -i \frac{16g\epsilon a}{g\hbar^2} \int_0^t e^{i \left(\frac{3n^2 k}{2m^2} - \frac{1}{\tau} \right) t} dt$$

αρχικος Ασενθ

$$\rightarrow E_n^{(2)} = \sum_{k \neq n} \frac{V_{kn} V_{nk}}{E_n^{(1)} - E_k^{(1)}} \xrightarrow{\text{διατηρησης}} \ln \frac{V_{kn} V_{nk}}{E_n^{(1)} - E_k^{(1)}}$$

$$\begin{aligned} & \approx -\frac{i}{\hbar} \frac{16g \epsilon_1}{m^2} \frac{1}{i \frac{3n^2 k^2 \tau - 2m^2}{2m^2} \left[e^{i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} - 1 \right]} = \\ & = -\frac{132g m \delta a^3 \tau}{9 \hbar^2 k (i \frac{3n^2 k^2 \tau - 2m^2}{2m^2})} \left[e^{i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} - 1 \right] \rightarrow \\ & P_{12} = |P_{12}^{(1)}(t)|^2 = -\frac{132g m \delta a^3 \tau}{9 \hbar^2 k (i \frac{3n^2 k^2 \tau - 2m^2}{2m^2})} \left[e^{-\frac{t}{\tau}} e^{i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} - 1 \right]. \\ & \frac{132g m \delta a^3 \tau}{9 \hbar^2 k (-i \frac{3n^2 k^2 \tau - 2m^2}{2m^2})} \left[e^{-\frac{t}{\tau}} e^{-i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} - 1 \right] = \frac{132g m \delta a^3 \tau}{9 \hbar^2 k} \cdot \frac{1}{e^{i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} + e^{-i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t}} \\ & \cdot \left[e^{-\frac{2t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau}} e^{i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} - e^{-\frac{t}{\tau}} e^{-i \frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t} + 1 \right] \Rightarrow \\ & P_{12} = \left(\frac{132g m \delta a^3 \tau}{9 \hbar^2 k} \right)^2 \frac{1}{4m^2 a^4 9 \hbar^4 k^2} \left[1 + e^{-\frac{4t}{\tau}} 2e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \left(\frac{3n^2 k^2 \tau}{2m^2} t \right) \right] \end{aligned}$$

Άσκηση 19:

2 τυπωμένη συμβασία χρήση στην → απαραίτητη διαμόρφωση από την παραπάνω σχέση

$$f(x_1, x_2) = f(x_2, x_1) \quad (1)$$

Από την αλγεβρική παραγράφη στη συμβασία, μέτρη διατηρητικού διαγώνου $V(x_1, x_2) = \pm a \sqrt{a^2 - (x_1 - x_2)^2}$, μετρητή διατηρητικού διαγώνου $\sqrt{a^2 - (x_1 - x_2)^2}$, μετρητή διατηρητικού διαγώνου $\sqrt{a^2 - (x_2 - x_1)^2}$.

Εξαντλώντας και απρόσκοπα διαγώνους: Ένας ταχύτης προσέγγιση: Επένδυση για την παραπάνω σχέση $f(x_1, x_2) = f(x_2, x_1)$

$$\begin{aligned} & : \frac{2}{a} \sin \left(\frac{n_1 \pi}{a} \right) \sqrt{\frac{2}{a} \sin \left(\frac{n_2 \pi x_1}{a} \right)} = \frac{2}{a} \sin \left(\frac{n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi x_2}{a} \right), n_1 = 1, 2, \dots, \\ & n_2 = 1, 2, \dots, n_1 + n_2 = 2, 3, \dots, (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & : \text{Έπεισμης καταύσιας } f_2^{(1)}(n_2 x_2) \xrightarrow{(3)} \frac{2}{a} \sin \left(\frac{n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi x_2}{a} \right) = \\ & = \frac{2}{a} \sin \left(\frac{n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi x_2}{a} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

1η στεγερημένη καταύσια $f_3^{(1)}(x_3 x_2) \rightarrow$

$$\begin{aligned} & : \frac{2}{a} \sin \left(\frac{2n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi}{a} \right) \eta - \frac{2}{a} \sin \left(\frac{2n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{2n_2 \pi x_2}{a} \right) \xrightarrow{(1)} \\ & \frac{2}{a} \sin \left(\frac{2n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi}{a} \right) = \frac{2}{a} \sin \left(\frac{2n_2 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{2n_1 \pi}{a} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{2}{a} \sin \left(\frac{2n_1 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi}{a} \right) = \frac{2}{a} \sin \left(\frac{2n_2 \pi}{a} \right) \sin \left(\frac{2n_1 \pi}{a} \right) \text{ απο}$$

75

$$f_3^{(0)}(x_1, x_2) = \frac{2}{a} \sin\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \quad (5)$$

Aντίστροφη έκφραση για τις ενέργειες:

$$E_n^{(0)} = \left(m_1^2 + m_2^2\right) \frac{n^2 k^2}{2m^2}, \quad n_1=1, 2, \dots \quad (6), \quad m \text{ η μάζα των αδώνια που μαζί}$$

Συγχώνευση

$$E_3^{(0)} = (\beta^2 + V_0^2) \frac{n^2 k^2}{2m^2} = \frac{n^2 k^2}{m^2} \quad (7)$$

$$\tilde{\epsilon}_3^{(0)} = (2^2 + V_0^2) \frac{n^2 k^2}{2m^2} = \frac{5V_0^2 k^2}{2m^2} \quad (8)$$

$$\tilde{\epsilon}_2^{(1)} = \sqrt{\epsilon_2^{(0)}} \sqrt{\epsilon_3^{(0)}} S(2) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^a \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) (\pm \sqrt{V_0}) \delta(x_1 - x_2) \frac{2}{a} \sin\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) dx_1 dx_2 \\ &= \pm \frac{4V_0}{a} \left[\int_0^a \sin^2\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin^2\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \delta(x_1 - x_2) dx_1 dx_2 \right] \\ &= \pm \frac{4V_0}{a} \left[\int_0^a \sin^2\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \sin^2\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) dx_2 \right] = \pm \frac{4V_0}{a} \left[\int_0^a \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi x_2}{a}\right) \right] \frac{1}{2} \right. \\ &\quad \left. \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \right] dx_2 \right] = \pm \frac{V_0}{a} \left[\int_0^a \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) - \cos\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \right] dx_2 \right] \\ &= \pm \frac{V_0}{a} \left[\int_0^a \left[1 - 2\cos\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{4\pi x_2}{a}\right) \right] dx_2 \right] \\ &= \pm \frac{V_0}{a} \left[\int_0^a \left[\frac{3}{2} - 2\cos\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{4\pi x_2}{a}\right) \right] dx_2 \right] \\ &= \pm \frac{V_0}{a} \left[\frac{3}{2} \int_0^a dx_2 - 2 \int_0^a \cos\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) dx_2 + \frac{1}{2} \int_0^a \cos\left(\frac{4\pi x_2}{a}\right) dx_2 \right] \\ &= \pm \frac{V_0}{a} \left[\frac{3}{2}(a-0) - 2 \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \Big|_0^a + \frac{1}{2} \int_0^a \sin\left(\frac{4\pi x_2}{a}\right) \Big|_0^a \right] \\ &= \pm \frac{V_0}{a} \left[\frac{3a}{2} - \frac{a}{2} \left(\sin\left(\frac{2\pi a}{a}\right) - \sin\left(\frac{0\pi a}{a}\right) \right) + \frac{a}{8\pi} \left(\sin\left(\frac{4\pi a}{a}\right) - \sin\left(\frac{0\pi a}{a}\right) \right) \right] \\ &= \pm \frac{V_0}{a} \frac{3a}{2} = \pm \frac{3V_0}{2} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\tilde{\epsilon}_3^{(1)} = \sqrt{\epsilon_2^{(0)}} \sqrt{\epsilon_3^{(0)}} S(2) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^a \int_0^a \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) (\pm \sqrt{V_0}) \delta(x_1 - x_2) \frac{2}{a} \sin\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) dx_1 dx_2 \\ &= \pm \frac{4V_0}{a} \left[\int_0^a \int_0^a \sin^2\left(\frac{2\pi x_1}{a}\right) \sin^2\left(\frac{2\pi x_2}{a}\right) \delta(x_1 - x_2) dx_1 dx_2 \right] \end{aligned}$$

vázpár AOEVB

$$\begin{aligned} & \pm \frac{4V_0}{a} \int_0^a \sin^2\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \pm \frac{4V_0}{a} \int_0^a \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] \left[\frac{1}{2} - \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right] dx \\ & \boxed{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)} dx = + \frac{V_0}{a} \int_0^a \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi x}{a}\right) \right] \left[1 - \cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right) \right] dx \\ & = \pm \frac{V_0}{a} \int_0^a \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] \left[\cos\left(\frac{4\pi x}{a}\right) + \cos\left(\frac{4\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{3\pi x}{a}\right) \right] dx \\ & \cancel{\cos\cos} = \cancel{(\cos(6\pi x) + \cos(6\pi x))} \pm \frac{V_0}{a} \int_0^a dx - \int_0^a \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx - \int_0^a \cos\left(\frac{6\pi x}{a}\right) dx \\ & + \int_0^a \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{4\pi x}{a} - \frac{3\pi x}{a}\right) \right) dx + \int_0^a \frac{1}{2} \cos\left(\frac{4\pi x}{a} + \frac{3\pi x}{a}\right) dx \\ & = \pm \frac{V_0}{a} \left[a - 0 - \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \Big|_0^a - \frac{a}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi x}{a}\right) \Big|_0^a + \frac{1}{2} \int_0^a \cos\left(\frac{6\pi x}{a}\right) dx \right] \\ & + \frac{1}{2} \int_0^a \cos\left(\frac{6\pi x}{a}\right) dx = + \frac{V_0}{a} \left[a - \frac{a}{2\pi} (\sin\left(\frac{2\pi}{a}\right) \cancel{>} 0 - \sin\left(\frac{6\pi}{a}\right) \cancel{>} 0) \right. \\ & \left. - \frac{a}{4\pi} \left(\sin\left(\frac{4\pi}{a}\right) - \sin\left(\frac{10\pi}{a}\right) \cancel{>} 0 \right) + \frac{1}{2} \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{6\pi}{a}\right) \cancel{>} 0 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{a}{6\pi} \sin\left(\frac{6\pi}{a}\right) \right] = \pm \frac{V_0}{a} \left[a + \frac{a}{2} \left(\sin\left(\frac{6\pi}{a}\right) \cancel{>} 0 - \sin\left(\frac{10\pi}{a}\right) \cancel{>} 0 \right) \right] \end{aligned}$$

$$= \pm V_0 \quad a = \pm V_0 \quad (10)$$

$$E_2 = \cancel{E_2^{(1)} + E_2^{(2)}} \cancel{+ E_2^{(3)}}$$

$$E_2 = \frac{n^2 \hbar^2}{ma^2} \pm \frac{3V_0}{2} \quad (11)$$

$$E_3 = E_3^{(1)} + E_3^{(2)} \cancel{- E_3^{(3)}} \quad E_3 = \frac{5n^2 \hbar^2}{2ma^2} \pm V_0$$