

Τομέας Φυσικής ΕΜΠ

Κανονική εξέταση στο μάθημα: Εισαγωγή στην Αστροφυσική

Μάϊος 2007

Διάρκεια: 2.5 ώρες

Θέμα 1ο (20 μονάδες) (α) Έστω ότι ένα αστέρι έχει λαμπρότητα L και αστίνα R . Να υπολογιστεί τη θερμοκρασία του. Υπόδειξη: νόμος των Stefan-Boltzmann. (β) Περιγράψτε τις πυρηνικές αντιδράσεις που συμβαίνουν σε ένα λευκό νάνο. (γ) Γιατί εμφανίζονται δινορεύματα στον ήλιο; Υπάρχει αντίστοιχο φαινόμενο στη γήινη ατμόσφαιρα;

Θέμα 2ο (20 μονάδες) (α) Περιγράψτε ένα διάγραμμα Hertzsprung-Russell. Ποιοι είναι οι άξονες; Τι είναι η κύρια ακολουθία;

(β) Πώς σχετίζεται η λαμπρότητα και η θερμοκρασία των αστέρων της κύριας ακολουθίας με τη μάζα τους;

(γ) Περιγράψτε σύντομα την ακτινοβολία Hawking.. Ποια είναι η σχέση της με την αρχή του Heisenberg; Ποιά είναι η επίδρασή της στην εξέλιξη της μαύρης τρύπας;

Θέμα 3ο (30 μονάδες) (α) Σε ποιά σωματίδια οφείλεται η ισορροπία ενός αστεριού νετρονίων και σε ποιά ενός λευκού νάνου; (β) Δικαιολογήστε το γεγονός ότι μια εκτίμηση της υδροστατικής πίεσης δίνεται από τη σχέση $P_{υδρ} = c_1 \frac{M^2}{R^4}$, όπου M η μάζα του λευκού νάνου και R η αστίνα του. Αν η πίεση εκφυλισμού ισούται με $P_{εκφ} = c_2 r^3$, αποδείξτε ότι $R = \frac{K}{M^{1/3}}$, δηλαδή ότι οι λευκοί νάνοι με τη μεγαλύτερη αστίνα έχουν τη μικρότερη μάζα. Τα c_1 , c_2 και K είναι θετικές σταθερές. (γ) Τι είναι το όριο Chandrasekhar και πώς σχετίζεται αυτό με τους υπολογισμούς που προηγήθηκαν;

Θέμα 4ο (30 μονάδες) Θεωρήστε το πολύ πρώτῳ σύμπαν, που χωριαρχείται από ακτινοβολία. Τότε μπορείτε να αξιοποιήσετε τη σχέση $\rho = \rho_0 \frac{D^4}{t^2}$ για να λύσετε την εξίσωση του Friedmann:

$$\frac{\dot{D}^2}{D^2} - \frac{8\pi G}{3}\rho = -\kappa \frac{c^2}{D^2},$$

στο όριο των μικρών D , που αντιστοιχούν στο πρώτῳ σύμπαν. Ο δεύτης 0 συμβολίζει σημερινές τιμές.

(α) Δείξτε ότι, με την αρχική συνθήκη $D(t=0) = 0$, το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης μπορεί να γραφτεί με τη μορφή:

$$D^4 = \frac{32\pi G\rho_0 D_0^4}{3} t^2.$$

Δείξτε ότι η λύση συνεπάγεται το αποτέλεσμα:

$$\rho = \frac{3}{32\pi G t^2}.$$

(β) Λόμβανοντας υπόψη ότι η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας ισούται με $\frac{cT^4}{g}$, όπου a η σταθερά της ακτινοβολίας, βρείτε τη σχέση που συνδέει το χρόνο με τη θερμοκρασία στο πρώτῳ σύμπαν.