

# ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΚΑΙ ΚΩΔΙΚΩΝ

Φεβρουάριος 2010

**ΘΕΜΑ 1.** (a) Μία πηγή πληροφορίας παράγει έξι διαιροφετικά σύμβολα  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$  με αντίστοιχες πιθανότητες  $0.55, 0.20, 0.15, 0.05, 0.03, 0.02$ . Να βρεθεί ο αντίστοιχος δυαδικός κώδικας με τις μεθόδους των Fano και Gilbert - Moore. Να συγκριθούν οι αποδοτικότητες των δύο κωδίκων.

(b) Να δείξετε ότι για  $m \geq 1$ , ο κώδικας Reed - Muller πρώτης τάξης  $C(1, m)$  είναι ένας  $(2^m, 2^{m+1}, 2^{m-1})$  δυαδικός κώδικας.

**ΘΕΜΑ 2.** (a) Να δείξετε ότι μία αναγκαία και ικανή συνθήκη για την υπαρξη ενός στυγματικού κώδικα με μήκη κωδικών λέξεων  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , είναι:  $\sum_{i=1}^n r^{-l_i} \leq 1$ , όπου  $r$  είναι το μέγεθος του κωδικού αλφαριθμητου.

(b) Να δείξετε ότι  $A_3(4, 3) = 9$ , και να κατασκευάσετε τον αντίστοιχο κώδικα.  $A_3(n, 3) = 3^{n-r}$

**ΘΕΜΑ 3.** (a) Εστω ότι  $C$  είναι ο δυαδικός γραμμικός κώδικας Hamming Ham( $r, 2$ ),  $r \geq 2$ . Να δείξετε ότι η ελάχιστη απόσταση του  $C$  είναι 3.

(b) Να βρείτε τον πίνακα ελέγγου της ισοτιμίας για τον κώδικα Ham(3, 3) και να αποκλειστούσετε το δάνεισμα 2102212102102.

(c) Εστω ότι  $C$  είναι δυαδικός γραμμικός κώδικας με γεννήτορα πίνακα

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Να δείξετε ότι ο  $C$  είναι αυτο-διλογίκος κώδικας και να βρείτε την ελάχιστη απόσταση του.

**ΘΕΜΑ 4.** (a) Εστω ότι  $C$  είναι ένας δυαδικός γραμμικός κώδικας. Έστω ακόμη ότι ο γεννήτορας πίνακας του  $C^\perp$  είναι

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Να προκαθορίσετε τον απαριθμητή βάρους του  $C$ .

(b) Να βρείτε όλους τους δυαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 4 και να γράψετε τον γενήτορα πίνακα του καθενός από αυτούς.

Διάρκεια εξέτασης: 2½ ώρες.

$$x^n - 1 = (x-1)(x^2 + 1) = (x-1)(x+1)$$