

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Θέμα 1 (2.5 μονάδες)

Τα ερωτήματα Α και Β δε σχετίζονται μεταξύ τους.

Α. Ενα κοντί περιέχει τέσσερεις κόκκινες μπάλες, πέντε άσπρες και 1 μπλέ μπάλα. Διαλέγουμε τυχαία 3 μπάλες χωρίς επανάθεση. Ποια η πιθανότητα να υπάρχει μπάλα από το κάθε χρώμα αν ξέρουμε ότι μία ακριβώς από τις τρεις είναι άσπρη?

Β. Η πιθανότητα να μειώσει ένας καταναλωτής τις αγορές του σε περίπτωση ανατιμήσεως ενός αγαθού είναι 0.1. Σε μια ανατιμηση του αγαθού εξετάζουμε 10 καταναλωτές. Να βρεθεί η πιθανότητα

(α) Το πολύ τρεις από τους καταναλωτές να μειώσουν τις αγορές τους.

(β) Το πολύ τρεις από τους καταναλωτές να μειώσουν τις αγορές τους αν είναι γνωστό ότι ένας τουλάχιστον μείωσε τις αγορές του.

Να μη γίνουν αναλυτικά οι πράξεις στο Β.

Θέμα 2 (2.5 μονάδες)

Η διάρκεια X (sec) εκτέλεσης ενός προγράμματος σε H/Y ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο 1/50.

(α) Ποια η πιθανότητα ένα πρόγραμμα να εξακολουθεί να τρέχει για περισσότερα από 70 sec?

(β) Ποια η αναμενόμενη διάρκεια εκτέλεσης ενός προγράμματος και ποια η ροπή δεύτερης τάξης της τ.μ. X?

(γ) Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τ.μ. X.

(δ) Εάν ο H/Y επεξεργάζεται ταυτόχρονα 25 τέτοια προγράμματα ποια η πιθανότητα να εξακολουθούν να τρέχουν περισσότερα του ενός προγράμματα 70sec μετά την εισοδό τους?

Θέμα 3 (2.5 μονάδες)

Έστω X_1, \dots, X_n τυχαίο δείγμα από κάποιο πληθυσμό με σ.π.π.

$$f(x, \theta) = \frac{x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{2\theta}}, \quad x > 0$$

(α) Να βρεθεί EMPI του θ .

(β) Να βρεθεί EMPI της πιθανότητας $P(0 < X < 1)$.

(γ) Να βρεθεί ροποεκτιμήτρια του θ . Δίνεται ότι $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}} e^{-\frac{x^2}{2\theta}} dx = 1/2$.

Θέμα 4. (2.5 μονάδες)

Ο χρόνος λύσης ενός μαθηματικού προβλήματος από τους μαθητές του δημοτικού ακολουθεί κανονική κατανομή. Οι χρόνοι λύσης από 9 μαθητές (σε sec) δίνονται:

73	76	76	71	69	70	76	74
----	----	----	----	----	----	----	----

(α) Να κατασκευαστεί ένα 95% Δ.Ε. για τη διασπορά του χρόνου λύσης του μαθηματικού προβλήματος από τους μαθητές του δημοτικού.

(β) Να ελεγχθεί σε $\alpha=1\%$ αν ο μέσος χρόνος λύσης αυτού του προβλήματος από τους μαθητές του δημοτικού διαφέρει από τα 75sec.

Διωνυμικη	$E(X) = np, \text{Var}(X) = np(1-p)$
$f(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n$	
Γεωμετρικη $f(x) = p(1-p)^{x-1}, x = 1, 2, \dots$	$E(X) = \frac{1}{p}, \text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$
Poisson $f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, \dots$	$E(X) = \lambda, \text{Var}(X) = \lambda$
Κανονικη $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in R$	$E(X) = \mu, \text{Var}(X) = \sigma^2$
Γαμμα $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, x > 0, \Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha)$	$E(X) = \frac{\alpha}{\beta}, \text{Var}(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$
Εκθετικη $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$	$E(X) = \frac{1}{\lambda}, \text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Δίνεται ότι:

$$\begin{aligned}\Phi(1.96) &= 0.975, & \Phi(2.33) &= 0.990, & \Phi(1.645) &= 0.95, & \Phi(1.29) &= 0.90, \\ \Phi(2.39) &= 0.9916, & \Phi(2.5) &= 0.993, & \Phi(1.5) &= 0.933, & \Phi(3.99) &= 0.999, \\ \Phi(2.055) &= 0.98, & \Phi(1.11) &= 0.8643, & \Phi(2.22) &= 0.986, & \Phi(0.5) &= 0.691, \\ \Phi(0.85) &= 0.802\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(t_{11} > 1.796) &= 0.05, P(t_{20} > 1.325) = 0.1, P(t_8 > 3.355) = 0.005, P(t_{11} > 1.363) = 0.1 \\ P(t_9 > 2.821) &= 0.01, P(t_8 > 2.896) = 0.01, P(t_9 > 2.262) = 0.025, P(t_8 > 2.306) = 0.025\end{aligned}$$

$$P(t_7 > 3.499) = 0.005, P(t_{16} > 1.764) = 0.05, P(t_{18} > 2.101) = 0.025, P(t_{16} > 2.120) = 0.025$$

$$P(t_5 > 2.015) = 0.05, P(t_6 > 1.943) = 0.05, P(t_{12} > 1.782) = 0.05, P(t_{10} > 1.812) = 0.05$$

$$P(\chi^2_9 > 21.66) = 0.01, P(\chi^2_8 > 20.09) = 0.01, P(\chi^2_5 > 15.09) = 0.01, P(\chi^2_{12} > 26.22) = 0.01$$

$$P(\chi^2_6 > 12.59) = 0.01, P(\chi^2_7 > 16.013) = 0.025, P(\chi^2_8 > 17.535) = 0.025, P(\chi^2_{12} > 21.03) = 0.05$$

$$P(\chi^2_9 > 2.08) = 0.99, P(\chi^2_8 > 2.180) = 0.975, P(\chi^2_7 > 1.690) = 0.975, P(\chi^2_{12} > 26.22) = 0.99$$

* Διάρκεια Εξέτασης: 2 ½ ωρες*