

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΜΑ 1:

Έστω ότι σε μια συγκεκριμένη λεωφόρο η πιθανότητα όπως ένα οποιοδήποτε φανάρι της τροχαίας είναι του ίδιου χρώματος με το προηγούμενο είναι p . Αν το πρώτο φανάρι είναι πράσινο με πιθανότητα α και κόκκινο με πιθανότητα $(1 - \alpha)$, να υπολογιστεί η πιθανότητα:

- i) Το δεύτερο φανάρι να είναι πράσινο.
- ii) Το τρίτο φανάρι να είναι πράσινο.

ΘΕΜΑ 2:

Το 8% το κατοικιών σε μια περιοχή της Ελλάδος διαθέτει ηλιακό θερμοσίφωνο. Διαλέγουμε στην τύχη 20 κατοικίες από την συγκεκριμένη περιοχή.

- i) Ποια η πιθανότητα τουλάχιστον δύο να διαθέτουν ηλιακό θερμοσίφωνο;
- ii) Να βρεθεί η αναμενόμενη τιμή και η τυπική απόκλιση των κατοικιών με ηλιακό θερμοσίφωνο (ανάμεσα στις 20 που επιλέξαμε).
- iii) Πόσες τουλάχιστον κατοικίες πρέπει να επιλέξουμε ώστε με πιθανότητα τουλάχιστον 90% να βρεθεί τουλάχιστον μία με ηλιακό θερμοσίφωνο.

ΘΕΜΑ 3:

Έστω η συνεχής τ.μ. X με σ.π.π.

$$f(x) = kx^{-(k+1)}, \quad 1 < x < \infty.$$

Να βρεθεί:

- i) Η σταθερά k .
- ii) Η συνάρτηση κατανομής της τ.μ. X .
- iii) Η πιθανότητα $P(X = 5)$.
- iv) Η δεσμευμένη πιθανότητα $P(X > 3 | X > 2)$.
- v) Για ποιες τιμές της σταθεράς k υπάρχει η μέση τιμή $E[X]$;
- vi) Για ποιες τιμές της σταθεράς k υπάρχει η διασπορά $V[X]$;

ΘΕΜΑ 4:

Έστω οι συνεχείς τ.μ. X και Y με από κοινού σ.π.π.

$$f_{X,Y}(x,y) = c, \quad 0 \leq x \leq y \leq 1.$$

- i) Να βρεθεί η σταθερά c .
- ii) Να βρεθούν οι περιθώριες σ.π.π. των X και Y .
- iii) Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(X > 1/2)$ και $P(Y < 1/3)$.
- iv) Να βρεθεί η δεσμευμένη πιθανότητα $P(X > 1/2 | Y < 1/3)$.
- v) Είναι οι X και Y ανεξάρτητες;

ΘΕΜΑ 5:

Μια ρουλέτα αποτελείται από τους αριθμούς 0, 1, ..., 36. Ένας παίκτης στοιχηματίζει πάντα €10 στους περιττούς. Αν έρθει περιττός αριθμός κερδίζει €10, αλλιώς χάνει τα χρήματά του.

- i) Να υπολογιστεί προσεγγιστικά η πιθανότητα σε 100 παιχνίδια ο παίκτης να μην χάσει χρήματα.
- ii) Πόσα το πολύ παιχνίδια μπορεί να παίξει ο παίκτης ώστε με πιθανότητα τουλάχιστον 50% να χάσει το πολύ €100;