

Μαθηματική Χρηματοοικονομική Θεωρία
ΣΕΜΦΕ 19-6-2006.

- ✓ **Θέμα 1.** Εστια στοχαστική πικυνυμά με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, \dots, S\}$, σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2, \dots, T\}$ και διαμέριση πληροφορίας $\delta = \{\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_T\}$. Ποιό είναι το φιλτράρισμα (*Filtration*) \mathcal{F} της οικονομίας; Αν $x : T \times S \rightarrow \mathbb{R}$ τοτε λέμε ότι η x είναι προσαρμοσμένη στο φιλτράρισμα \mathcal{F} ; Ποιά είναι η φυσική σημασία του παραπάνω δρου; Μότε η x είναι *martingale*. Αν $\tau >$ γράψτε τα τύπο της $E(x|\mathcal{F}_t)$.
- ? **Θέμα 2.** Αν στη στοχαστική οικονομία του προηγουμένου θέματος $\Delta_t = \{\sigma_1^t, \sigma_2^t, \dots, \sigma_k^t\}$, και F_t η άλγεβρα που παράγεται από τη Δ_t , ποιό είναι το σύνολο των μετρήσιμων συμπλήσεων ως προς την F_t ? Αποδείξτε την απάντησή σας.
- Θέμα 3.** Περηγράψτε το διωνυμικό μοντέλο μετοχών Δώστε τον ορισμό του δικαιώματος αγοράς Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου που εγγράφεται σε μετοχή του διωνυμικού μοντέλου. Ποιό είναι το αποτελεσματικό μέτρο και ποιά η σημασία του; Πως σχετίζεται η τιμολόγηση με την αρχή των αποτελεσματικών αγορών;
- ✓ **Άσκηση 4.** Εστια στοχαστική οικονομία με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2\}$ και διαμέριση πληροφορίας $\Delta_0 = \{S\}, \Delta_1 = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5, 6\}\}, \Delta_2 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$.
 Εστω τα χρηματοοικονομικά συμβόλαια $V^1 = (0, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 0, 3), V^2 = (0, 3, 2, 4, 2, 0, 0, 1, 5)$ με τιμές $q^1 = (1, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0), q^2 = (2, 1, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Να γραφούν οι εξισώσεις προϋπολογισμού και να εξετάσετε αν υπάρχει δυνατότητα κερδοσκοπίας.
- ✓ **Άσκηση 5.** Στην οικονομία της προηγούμενης άσκησης να τιμολογηθούν τα χρηματοοικονομικά συμβόλαια σύμφωνα με την αρχή μη κερδοσκοπίας με διάνυσμα πιθανοτήτων $p = (\frac{1}{12}, \frac{4}{12}, \frac{1}{2}, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12})$.
- ✓ **Άσκηση 6.** Εστια μετοχή εξελίσσεται σύμφωνα με το διωνυμικό μοντέλο σε διάστημα τεσσάρων χρονικών περιόδων $0, 1, 2, 3$ με αρχική τιμή $S_0 = 10$, συντελεστή ανόδου $a = 1.2$, συντελεστή καθόδου $b = 0.9$ και συντελεστή προεξόφλησης $r = 0$. Να τιμολογηθεί το δικαίωμα αγοράς Αμερικάνικου τύπου τη χρονική στιγμή 1 με τιμή $k = 11$ και ημερομηνία λήξης $T = 3$.

Καλή Επιτυχία.