

Μαθηματική Χρηματοοικονομική Θεωρία
ΣΕΜΦΕ, 23-5-2007.

Θέμα 1. Έστω στοχαστική οικονομία με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, \dots, S\}$, σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2, \dots, T\}$ και διαμέριση πληροφορίας $\delta = \{\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_T\}$, όπου $\Delta_0 = \{S\}$ και $\Delta_T = \{\{1\}, \{2\}, \dots, \{S\}\}$.

Δώστε τον ορισμό και τους τύπους της απόδοσης των forward-start δικαιώματος αγοράς ευρωπαϊκού τύπου που εγγράφεται στο χρηματοϊκονομικό συμβόλαιο $x = (x_0, x_1, \dots, x_T)$ τη χρονική στιγμή 0 με ημερομηνία λήξης τη χρονική στιγμή T , τιμή εξάσκησης k , ως πρός τη χρονική περίοδο τ , όπου $x_t(s) = x(t, s)$ για κάθε $s \in S$. Επίσης δώστε τον ορισμό και τους τύπους της απόδοσης των forward-start δικαιώματος αγοράς Αμερικάνικου τύπου με τά ίδια στοιχεία.

Δώστε τον ορισμό και τους τύπους της απόδοσης των lookback δικαιώματος αγοράς ευρωπαϊκού τύπου που εγγράφεται στο χρηματοϊκονομικό συμβόλαιο $x = (x_0, x_1, \dots, x_T)$, τη χρονική στιγμή 0, με ημερομηνία λήξης τη χρονική στιγμή T και τιμή εξάσκησης k .

Ποιές είναι οι σημαντικότερες διαφορές των παραπάνω δικαιωμάτων με τα συνήθη δικαιώματα αγοράς;

Θέμα 2. Αν στη στοχαστική οικονομία του προηγούμενου θέματος, $\Delta_t = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$, και F_t η άλγεβρα που ταράγχεται από τη Δ_t , ποιό είναι το σύνολο των μετρήσιμων συμπράξεων ως προς την F_t ? Αποδείξτε την απάντησή σας.

Θέμα 3. Περιγράψτε τα διωνυμικό μοντέλο μετοχών. Στή συνέχεια δώστε τον ορισμό και τη φυσική σημασία του αποτελεσματικού μέτρου. Επίσης δώστε τον ορισμό των χαρτοφυλάκιου αντιστάθμισης δικαιώματος προαίρεσης Ευρωπαϊκού τύπου.

Άσκηση 4. Έστω στοχαστική οικονομία με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2, 3\}$ και διαμέριση πληροφορίας $\Delta_0 = \{S\}, \Delta_1 = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}, \Delta_2 = \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5\}, \{6\}\}, \Delta_3 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$.

Έστω τα χρηματοοικονομικά συμβόλαια $V^1 = (0, 1, 2, 1, 4, 1, 1, 0, 3, 4, 1, 4, 6), V^2 = (0, 3, 2, 4, 2, 4, 0, 5, 5, 6, 3, 0, 4)$ ως προς τους κόλματα του δένδρου πληροφόρησης.

Αν $p = (\frac{1}{12}, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12})$ είναι το διάνυσμα πιθανοτήτων και $r = 0.05$ το σταθερό επιτόκιο μεταξύ δύο χρονικών περιόδων, να προσδιοριστεί η τιμή των χρηματοϊκονομικών συμβολαίων τη χρονική στιγμή 1.

Άσκηση 5. Έστω μετοχή εξελίσσεται σύμφωνα με το διωνυμικό μοντέλο σε διάστημα τεσσάρων χρονικών περιόδων $0, 1, 2, 3$ με αρχική τιμή $S_0 = 40$, συντελεστή ανδρού $a = 1.2$, συντελεστή καθδηού $b = 0.9$. Έστω δικαίωμα αγοράς W Ευρωπαϊκού τύπου του εγγράφεται στη μετοχή τη χρονική στιγμή 0 με τιμή ϵ εξάσκησης $k = 38$ και ημερομηνία λήξης $T = 3$. Να προσδιοριστεί το W και στη συνέχεια προσδιορίστε χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης του W . Το σταθερό εκπόκτιο μεταξύ δύο χρονικών περιόδων είναι $r = 0.04$.

Άσκηση 6. Έστω στοχαστική οικονομία με σύνολο καταστάσεων $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, σύνολο χρονικών περιόδων $T = \{0, 1, 2, 3\}$ και διαμέριση πληροφορίας $\Delta_0 = \{S\}$, $\Delta_1 = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5, 6\}\}$, $\Delta_2 = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}\}$, $\Delta_3 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$, διάγυσμα πιδανοτητας $p = (\frac{1}{12}, \frac{4}{12}, \frac{1}{12}, \frac{3}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12})$ και έστω το τα χρηματοοικονομικό συμβόλαιο $V = (0, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 0, 3, 2, 1, 6)$ (ως προς τους κόμβους του δένδρου πληροφόρησης). Να γραφεί και στη συνέχεια να τιμολογηθεί το forward-start δικαίωμα αγοράς ευρωπαϊκού τύπου του εγγράφεται στο χρηματοοικονομικό συμβόλαιο V τη χρονική στιγμή 0 , με ημερομηνία λήξης τη χρονική στιγμή 3 , τιμή εξάσκησης $k = 1$, ως πρός τη χρονική περίοδο 2 .

Καλή Επιτυχία.