

ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΚΑΙ ΚΩΔΙΚΩΝ

Σεπτέμβριος 2003

ΘΕΜΑ 1. (✓) Μία πηγή πληροφορίας παράγει τέσσερα διαφορετικά σύμβολα u_1, u_2, u_3, u_4 με αντίστοιχες πιθανότητες 0.4, 0.3, 0.2, 0.1. Να βρεθεί ο αντίστοιχος δυαδικός κώδικας με τις μεθόδους των Gilbert – Moore και Huffman. Να συγκριθούν οι αποδοτικότητες των δύο κωδίκων.

(✓) Μία πηγή πληροφορίας U παράγει n διαφορετικά σύμβολα u_1, u_2, \dots, u_n με αντίστοιχες πιθανότητες $p(u_1), p(u_2), \dots, p(u_n)$. Να δείξετε ότι, για έναν στιγμιαίο κώδικα C , ισχύει:
$$H_r(U) = \frac{H(U)}{\log r} \leq L.$$

ΘΕΜΑ 2. (✓) Μία πηγή πληροφορίας U παράγει n διαφορετικά σύμβολα u_1, u_2, \dots, u_n με αντίστοιχες πιθανότητες $p(u_1), p(u_2), \dots, p(u_n)$. Αν C είναι ο αντίστοιχος δυαδικός κώδικας που παράγεται με τη μέθοδο των Gilbert – Moore, και το μήκος της κωδικής λέξης που αντιστοιχεί στο σύμβολο u_i είναι $l_i, i = 1, \dots, n$, να δείξετε ότι:

$$(✓) \sum_{i=1}^n 2^{-l_i} \leq 1$$

$$(✓) 1 + H(U) \leq L < 2 + H(U)$$

(β) Αν U είναι μία πηγή πληροφορίας με 11 διαφορετικά σύμβολα, να βρείτε έναν στιγμιαίο τριαδικό κώδικα C με μέσο μήκος $L = H_3(U) = \frac{H(U)}{\log 3}$.

ΘΕΜΑ 3. (α) Έστω ότι C είναι ο δυαδικός κώδικας Hamming $\text{Ham}(r, 2)$, $r \geq 2$. Να δείξετε ότι ο αριθμός των κωδικών λέξεων βάρους 3 είναι $\frac{n(n-1)}{6}$, όπου $n = 2^r - 1$.

(✓) Να βρείτε τον απαριθμητή βάρους του δυαδικού κώδικα $\text{Ham}(3, 2)$.

(✓) Να δείξετε ότι $A_q(n, 1) = q^n$.

ΘΕΜΑ 4. (✓) Να βρείτε όλους τους δυαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 4 και να γράψετε τον γεννήτορα πίνακα του καθενός από αυτούς.

✓) Να βρείτε τον πίνακα ελέγχου της ισοτιμίας για τον κώδικα $Ham(2, 5)$ και να αποκωδικοποιήσετε τα διανύσματα 321042 και 423201.

✓) Να δείξετε ότι $A_2(15, 3) = 2048$.

$$A_2(15, 3) = 2^{15-3} = 2^{11} = 2048$$

$$15 = \frac{2^{\tau}-1}{2-1} \Rightarrow 15 = 2^{\tau}-1 \Rightarrow \tau = 4$$

Διάρκεια εξέτασης: $2\frac{1}{2}$ ώρες.