

ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΚΑΙ ΚΩΔΙΚΩΝ

Φεβρουάριος 2013

ΘΕΜΑ 1. (α) Μία πηγή πληροφορίας παράγει έξι διαφορετικά σύμβολα $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ με αντίστοιχες πιθανότητες 0.55, 0.20, 0.15, 0.05, 0.03, 0.02. Να βρεθεί ο αντίστοιχος δυαδικός κώδικας με τις μεθόδους των Fano και Huffman. Να συγκριθούν οι αποδοτικότητες των δύο κωδίκων.

(β) Η τ.μ. X ακολουθεί την γεωμετρική κατανομή παραμέτρου p . Να δείξετε ότι

$$H(X) = -\log p - \frac{q}{p} \log q$$

ΘΕΜΑ 2. (α) Μία πηγή πληροφορίας U παράγει n διαφορετικά σύμβολα u_1, u_2, \dots, u_n με αντίστοιχες πιθανότητες $p(u_1), p(u_2), \dots, p(u_n)$. Να δείξετε ότι για έναν στιγμιαίο κώδικα C ισχύει: $H_r(U) = \frac{H(U)}{\log r} \leq L$.

(β) Να βρείτε τον απαριθμητή βάρους του δυαδικού κώδικα Ham(3, 2).

ΘΕΜΑ 3. (α) Έστω ότι C είναι ο δυαδικός γραμμικός κώδικας Hamming Ham(r , 2), $r \geq 2$. Να δείξετε ότι η ελάχιστη απόσταση του C είναι 3, και ότι το πλήθος των κωδικών λέξεων βάρους 3 είναι $\frac{n(n-1)}{6}$, όπου $n = 2^r - 1$.

(β) Έστω ότι C είναι ένας δυαδικός γραμμικός κώδικας. Έστω ακόμη ότι ο γεννήτορας πίνακας του C^\perp είναι

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Να προσδιορίσετε τον απαριθμητή βάρους του C .

ΘΕΜΑ 4. (α) Έστω C ο δυαδικός κώδικας επανάληψης μήκους n και C^\perp ο δυϊκός του. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των κωδικών λέξεων βάρους 2 του C^\perp .

(β) Να βρείτε όλους τους τριαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 3 και να γράψετε τον γεννήτορα πίνακα του καθενός από αυτούς.

(γ) Να βρείτε τον πίνακα ελέγχου της ισοτιμίας για τον κώδικα Ham(2, 5) και να αποκωδικοποιήσετε το διάνυσμα 321042.

Διάρκεια εξέτασης: $2\frac{1}{2}$ ώρες.