

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9 – ΖΩΓΡΑΦΟΥ, 157 80 ΑΘΗΝΑ  
ηλ. ταχυδρομείο: [semfe@central.ntua.gr](mailto:semfe@central.ntua.gr), fax: 2107721685  
ιστοσελίδα: [semfe.ntua.gr](http://semfe.ntua.gr)

## **ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ**

**Κ. Αναγνωστόπουλος Π. Πασιπουλαρίδης Κ. Σιέττος**

**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

Γράψτε το (ένα) θέμα που σας δίνεται παρακάτω. Δημιουργήστε κατάλογο στην προσωπική σας περιοχή με όνομα **EXAM1209** (προσοχή: **όλα κεφαλαία!**). Εκεί μέσα θα βρίσκονται όλα τα σχετικά αρχεία του αντίστοιχου θέματος: Προγράμματα, γραφικές παραστάσεις, αρχεία δεδομένων κλπ. Μέσα στον κατάλογο αυτό θα βρίσκεται αρχείο με όνομα **NOTES** στο οποίο θα δίνετε τις αναγκαίες επεξηγήσεις για τα θέματα που λύνετε (μπορείτε να γράφετε σε greeklish). Επιτρέπεται η χρήση των σημειώσεών σας και η πρόσβαση στις ιστοσελίδες του μαθήματος. Κάθε άλλη αντιγραφή ή επικοινωνία κάνει την εξετάση σας άκυρη και μηδενίζετε.

Το συνοδευτικό λογισμικό του 1ου τόμου, εκτός από τη γνωστή του θέση στην ιστοσελίδα, μπορεί να κατέβει και να ανοίξει με τις εντολές:

```
> wget http://www.physics.ntua.gr/pm.zip
> unzip pm.zip
```

Τερματικό με φλοιό μπορείτε να ανοίξετε από Applications -> Accessories -> Terminal Η πρώτη εντολή που θα δώσετε για να πάρετε το γνώριμό σας φλοιό tcsh είναι

```
$ tcsh
```

Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να αποθηκευτούν σε αρχεία τύπου jpg, pdf, postscript, eps, gif, png. Σχετικό παράδειγμα δίνεται από τις παρακάτω εντολές στο gnuplot:

```
gnuplot> plot x, x*2
gnuplot> set terminal postscript color
gnuplot> set output "graph.ps"
gnuplot> replot
gnuplot> set output
gnuplot> set term wxt
gnuplot> ! evince graph.ps
```

**Προσοχή:** τα αρχεία που θα συλλέξουμε είναι **μόνο** τα αρχεία που θα βάλετε στον κατάλογο ~/EXAM1209 Οποιοδήποτε λάθος στην τοποθέτηση ισοδυναμεί με μη παράδοση των αρχείων.

**Μη επιτυχημένη υποβολή σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία είναι ισοδύναμη με μη παράδοση γραπτού σε συμβατικές εξετάσεις.**

Όταν τελειώσετε να γράφετε, κάνετε αποσύνδεση χρήστη (logout) - όχι αλλαγή χρήστη ή shutdown.

Η εξέταση διαρκεί **1 ώρα και 45 λεπτά**

## ΘΕΜΑ:

Σωμάτιο μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κινείται στο διάστημα  $[0, +\infty)$  υπό την επίδραση δύναμης  $F(x)$ . Η δυναμική του ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$V(x) = -a x^4 e^{-bx}$$

με  $a = 1 \text{ Joule/m}^4$  και  $b = 1 \text{ m}^{-1}$ . Η δύναμη δίνεται από τη σχέση

$$F(x) = -V'(x) = a x^3 (4 - b x) e^{-bx}$$

Έστω ότι το σωμάτιο εκτελεί κίνηση με συνολική μηχανική ενέργεια

$$E = T + V = -2 \text{ Joules}$$

1. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $V(x)$ ,  $F(x)$ ,  $y_1(x) = 0$ ,  $y_2(x) = -2$  στο ίδιο σχήμα. Προσδιορίστε γραφικά τα σημεία ανάκλασης του σωματιδίου καθώς και το σημείο ισορροπίας.
2. Να υπολογίσετε το διάστημα κίνησης  $[x_1, x_2]$  του σωματιδίου λύνοντας αριθμητικά την εξίσωση  $V(x) = E$  με τη μέθοδο Newton-Raphson. Το πρόγραμμα να γραφτεί στο αρχείο newton.f και τα αποτελέσματα θα αποθηκευτούν στο αρχείο newton.dat Περιγράψτε τη διαδικασία (επιλογή παραμέτρων, μεταγλώττιση, εντολές εκτέλεσης προγράμματος, συλλογή αποτελεσμάτων και σχεδιασμού γραφικής παράστασης) υπολογισμού μέσα στο αρχείο NOTES.
3. Τοποθετήστε αρχικά το σωματίδιο στο μέσο του διαστήματος  $[x_1, x_2]$  δίνοντάς του ολική μηχανική ενέργεια  $E$ . Ολοκληρώστε τις εξισώσεις κίνησης του Νεύτωνα με τη μέθοδο Euler-Verlet για χρόνο  $t_0 = 0$  έως  $t_f = 20 \text{ sec}$ . Το πρόγραμμα που θα χρησιμοποιήσετε να αποθηκευτεί στο αρχείο euler.f Το πρόγραμμα θα γράφει σε τρεις στήλες το χρόνο, θέση και ταχύτητα  $(t, x(t), v(t))$  στο αρχείο euler\_verlet.dat
4. Να κάνετε στο ίδιο σχήμα τις γραφικές παραστάσεις  $(t, x(t))$  για δύο διαφορετικές τιμές του βήματος ολοκλήρωσης χρόνου  $\delta t$  και να δώσετε μια εκτίμηση για την ακρίβεια που πετυχαίνει ο υπολογισμός σας στον προσδιορισμό της θέσης του σωματιδίου. Η περιγραφή της διαδικασίας (επιλογή αρχικών συνθηκών, μεταγλώττιση, εντολές εκτέλεσης προγράμματος και σχεδιασμού γραφικής παράστασης) και τα σχόλιά σας να γραφτούν στο αρχείο NOTES.

Υπενθύμιση: Η μέθοδος Newton Raphson για τη λύση της εξίσωσης  $g(x) = 0$  χρησιμοποιεί την επαναληπτική εφαρμογή της εξίσωσης

$$x_{n+1} = x_n - \frac{g(x_n)}{g'(x_n)}$$