

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ

20-3-2014

Θέμα 1. Έστω X μετρικός χώρος και \sim λογική σχέση προτίμησης που ορίζεται στο X . Πότε λέμε ότι μια οικογένεια υποσυνόλων του X έχει την ιδιότητα της πεπερασμένης τομής, και πως συνδέεται η ιδιότητα αυτή με τη συμπάγεια του X ;

Αν ο X είναι συμπαγής και η \sim είναι κάτω ημισυνεχής δείξτε ότι η \sim ελαχιστοποιείται στον X .

Θέμα 2. Έστω $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, όπου $X \subseteq \mathbb{R}^n$ κυρτό.

(i) Δείξτε ότι η f είναι κυρτή αν και μόνο αν το επιγράφημα $epi(f)$ της f είναι κυρτό. (δώστε τους αντίστοιχους ορισμούς)

(ii) Αν το X είναι ανοικτό και η f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη, διατυπώστε το κριτήριο κυρτότητας της f .

Θέμα 3. Έστω σε οικονομία ανταλλαγής με τη αγαθά καταναλωτής έχει αρχικό αγαθό $\omega \in \mathbf{R}_+^m$, $\omega \neq 0$. Αν το διάνυσμα τιμών $p \in \mathbf{R}_+^m$ είναι αυστηρά θετικό, δείξτε ότι:

(i) Το σύνολο πρüπολογισμού $B_\omega(p)$ είναι συμπαγές,

(ii) Αν η σχέση προτίμησης \sim του καταναλωτή είναι γνησίως μονότονη και συνεχής, δείξτε ότι κάθε σημείο του $B_\omega(p)$ στο οποίο μεγιστοποιείται η \sim ανήκει στον εισοδηματικό περιορισμού.

Άσκηση 4. Έστω οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά. Αν καταναλωτής έχει αρχικό αγαθό $\omega = (6, 5)$ και συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y) = 2x + 3y$, προσδιορίστε την αντιστοιχία ζήτησης του καταναλωτή και εξετάστε αν αντιστοιχία ζήτησης δέχεται συνεχή επιλογή.

Άσκηση 5. Έστω οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά. Αν καταναλωτής έχει αρχικό αγαθό $\omega = (6, 4)$ και συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y) = x^2y$, προσδιορίστε τη συνάρτηση ζήτησης του καταναλωτή.

Άσκηση 6. Έστω άνταγωνιστικό παιγνιο δύο παικτών με σύνολο επιλογών $S_1 = \{\sigma_1, \sigma_2\}$ για το πρώτο παίκτη και $S_2 = \{\omega_1, \omega_2\}$ για τον δεύτερο και αποδόσεις $a_{11} = 2, a_{12} = 3, a_{21} = 3, a_{22} = 2$ για το πρώτο παίκτη. Προσδιορίστε τα σύνολα στρατηγικών των παικτών και τη συνάρτηση απόδοσης του παιγνίου. Διατυπώστε το θεώρημα mini-max και προσδιορίστε μια λύση του παιγνίου.

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες, Καλή επιτυχία.