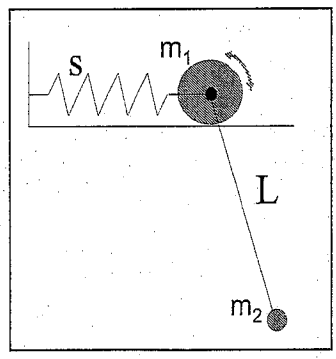
Σχολή Ε.Μ.Φ.Ε – ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ (ΚΥΜΑΤΙΚΗ)
Επαναληπτικές Εξετάσεις Ακαδημαϊκού Έτους 2011-2012

02/10/2012 **Διάρκεια εξέτασης 2:30** Ι. Σ. Ράπτης

Θέμα 1(35%). Θεωρήστε, (σε μια ημικλασική προσέγγιση), ότι το άτομο του υδρογόνου αποτελείται από ένα αρνητικό νέφος, συνολικού φορτίου $-e$, (ηλεκτρόνιο), κατανεμημένο ομοιόμορφα στο εσωτερικό σφαιρικού όγκου ακτίνας $a_0 = 0.5\overset{o}{A} = 0.5\times10^{-8}cm$, στο κέντρο του οποίου βρίσκεται ένας σχεδόν σημειακός πυρήνας με φορτίο $+e$, (πρωτόνιο). Υποθέστε ότι, όταν το σύστημα διαταράσσεται ελαφρώς, το ηλεκτρονιακό νέφος μετατοπίζεται χωρίς παραμόρφωση, μεταθέτοντας κατά x το κέντρο βάρος του από τον πυρήνα. **(α)** Με τη βοήθεια του νόμου του Gauss, δείξτε ότι η δύναμη που ασκείται μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονιακού νέφους, έχει τη μορφή δύναμης επαναφοράς και, επομένως, το σύστημα θα εκτελέσει αρμονική ταλάντωση. **(β)** Υπολογίστε την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης, ω_0, συναρτήσει των μεγεθών, e, a_0 και m_0 (=η μάζα του ελεύθερου ηλεκτρονίου), και της διηλεκτρικής σταθεράς του κενού ε_0. **(γ)** Συγκρίνετε την ω_0, του ερωτήματος (β) με την κυκλική συχνότητα περιστροφής ω ενός σημειακού φορτίου $-e$, σε κυκλική τροχιά ακτίνας a_0, περί ένα ακλόνητο ελκτικό κέντρο φορτίου $+e$. **(δ)** Υποθέστε ότι η ταλάντωση του συστήματος διαρκεί, λόγω απωλειών, ένα χρονικό διάστημα $\Delta t = 10^{-9}s$. Εκτιμείστε, με τη βοήθεια των θεωρημάτων εύρους ζώνης, το αντίστοιχο εύρος συχνοτήτων $\Delta\omega$, και υπολογίστε τον συντελεστή ποιότητας Q του συστήματος.
[Υπόδειξη: Για το ερώτημα (β) κάντε εύλογες προσεγγίσεις για την ανηγμένη μάζα του συστήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η μάζα του πυρήνα είναι τρεις τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από εκείνη του ηλεκτρονίου]. Δίδονται: $|e| = 1.6\times10^{-19}C$, $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2}$, $m_0 = 0.9\times10^{-30}kg$



Θέμα 2 (35%). Συμπαγής κύλινδρος μάζας m_1 και ακτίνας R μπορεί να κυλίεται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στον άξονα του κυλίνδρου είναι συνδεδεμένο ελατήριο με σταθερά ελατηρίου s, το άλλο άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο σε ακλόνητο τοίχωμα. Επίσης, από τον άξονα του κυλίνδρου κρέμεται ιδανικό εκκρεμές, που αποτελείται από αβαρές και μη-εκτατό νήμα μήκους L και από σημειακή μάζα m_2. Απομακρύνουμε το σύστημα από την κατάσταση ισορροπίας έτσι ώστε να έχουμε κινήσεις μικρού πλάτους, ο δε κύλινδρος να εκτελεί μεταφορική-περιστροφική κίνηση χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο.
(α) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων (αξιοποιείστε την εξίσωση περιστροφικής κίνησης για να απαλείψετε τυχόν άγνωστες δυνάμεις)
(β) Υποθέστε κίνηση με κανονικούς τρόπους ταλάντωσης, (κίνηση με ίδια συχνότητα και διαφορετικά πλάτη), και, από το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων, βρείτε το ομογενές σύστημα των εξισώσεων που ικανοποιούν τα πλάτη ταλάντωσης των δύο σωμάτων, και την συνθήκη επιλυσημότητας.
(γ) Υποθέστε ότι $m_1 = 2m_2$, και $(s/m_1) = (g/L) = \omega_0^2$, και υπολογίστε τις συχνότητες και τα πηλίκα πλατών των κανονικών τρόπων ταλάντωσης
(δ) Αν ο συντελεστής τριβής του κυλίνδρου με το δάπεδο είναι μ, ποια συνθήκη πρέπει να ικανοποιεί η μέγιστη επιτάχυνση μεταφορικής κίνησης του κυλίνδρου, ώστε να μην υπάρχει ολίσθηση;
[Ροπή αδράνειας συμπαγούς κυλίνδρου, ως προς τον άξονά του: $I = (m_1R^2)/2$]

Θέμα 3 (30%). Δύο κεραίες εκπομπής σύμφωνης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, συχνότητας $f = 3MHz$, είναι τοποθετημένες, στο οριζόντιο επίπεδο, σε απόσταση $D = 100m$ μεταξύ τους, και εκπέμπουν, όσον αφορά στο οριζόντιο επίπεδο, με κυκλικά ομοιόμορφο τρόπο η κάθε μία. Μεταξύ των δύο κεραιών μπορεί να δημιουργηθεί ελεγχόμενη αρχική διαφορά φάσης $\Delta\varphi_0$.

(α) Υπολογίστε την γωνιακή κατανομή $I = I(\theta)$ της συνολικής έντασης στο οριζόντιο επίπεδο, ως συνάρτηση της γωνίας θ, σε σχέση με την μεσοκάθετο ως προς τις δύο πηγές, σε απόσταση $R >> D$, από το μέσον των δύο κεραιών, όταν η αρχική διαφορά φάσης τους είναι $\Delta\varphi_0 = \pi$, και προσδιορίστε τις γωνίες μέγιστης και ελάχιστης εκπομπής.

(β) Υπολογίστε την ελάχιστη κατάλληλη διαφορά φάσης που πρέπει να εισάγει κανείς μεταξύ των δύο κεραιών ώστε, επί του οριζόντιου επιπέδου, να κατευθύνει την μέγιστη εκπεμπόμενη ισχύ κατά μήκος της μεσοκαθέτου ως προς την ευθεία που συνδέει τις δύο κεραίες. Σε αυτή την περίπτωση, σε ποια γωνία καταγράφεται το επόμενο μέγιστο εκπομπής.

[Υποδείξεις: Θεωρήστε ότι η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι $c = 3\times10^8 ms^{-1}$, και κάντε τις κατάλληλες προσεγγίσεις, κατά τους υπολογισμούς, δεδομένου ότι $R >> D$]

Σχέσεις που ενδεχομένως να χρειαστούν

$$e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta, \qquad x(t) = Ae^{-\frac{rt}{2m}}\sin(\omega' t + \phi), \quad \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \left(r/2m\right)^2}, \quad Q \equiv \frac{\langle E\rangle}{\Delta E_T} = \frac{\omega'}{r/m} \simeq \frac{\omega_r}{\Delta\omega}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \qquad c = \sqrt{T/\rho}, \qquad Z = \sqrt{\rho T}, \qquad \upsilon_{ph} = \frac{\omega}{k}, \qquad \upsilon_{gr} = \frac{d\omega}{dk},$$

$$(\Delta\omega)(\Delta t) \approx 2\pi, \quad (\Delta x)(\Delta k_x) \approx 2\pi$$

$$\nabla\cdot\vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \qquad \nabla\cdot\vec{\mathbf{B}} = 0, \qquad \nabla\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t}, \qquad \nabla\times\vec{\mathbf{B}} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \mu_0\vec{\mathbf{J}}, \qquad \vec{\mathbf{J}} = \sigma\vec{\mathbf{E}}$$

$$f(\xi + L) = f(\xi), \qquad f(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_m\cos(n\xi) + \sum_{n=1}^{\infty} B_m\sin(n\xi)$$

$$A_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(\xi)\cos(n\xi)d\xi, \qquad B_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(\xi)\sin(n\xi)d\xi$$

$$2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B), \quad 2\sin A\cos B = \sin(A-B) + \sin(A+B)$$