

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστήμων  
Τομέας ΜαθηματικώνΔομές Δεδομένων  
8 Ιουλίου 2013

- Να απαντηθούν **ΟΛΆΩΣ(5)** τα θέματα.
- Διάρκεια: 2  $\frac{1}{2}$  ώρες.
- Καλή επιτυχία.

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Σε μία δομή «σωρού μεγίστου» (max-heap) εισάγονται στοιχεία τα οποία έχουν ως κλειδιά τους αριθμούς:

$$<2, 4, 6, 8, 10, 9, 7, 5, 3, 1 >$$

Να περιγραφεί ο «σωρός» που προκύπτει μετά την εισαγωγή κάθε στοιχείου. Τα στοιχεία εισάγονται με την σειρά που παρουσιάστηκαν. Κάθε κόμβος του δένδρου αναγράφει μόνο το κλειδί του στοιχείου που περιέχει.

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Τα παρακάτω ερωτήματα αφορούν ένα νόμιμο δυαδικό δένδρο αναζήτησης το οποίο έχει παραχθεί από κάποια ακολουθία εγγραφών/διαγραφών και στο οποίο επιτρέπεται η παρουσία του ίδιου κλειδιού περισσότερες από μία φορές.

- Δύο κόμβοι που έχουν την ίδια τιμή είναι πάντοτε γειτονικοί στο δένδρο; Αιτιολογείστε.
- Πως βρίσκω το 2<sup>ο</sup> μικρότερο στοιχείο του δένδρου; Ποια η πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης;
- Δώστε αλγόριθμο που βρίσκει και εκτυπώνει όλα τα στοιχεία του δένδρου στο διάστημα [a..b]. Ποια η πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης;

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

Να υπολογιστεί ο ελάχιστος αριθμός στοιχείων που μπορεί να περιέχει ένα «Β-δένδρο τάξεως 6» το οποίο έχει ύψος  $h$ . Να εξηγήσετε αναλυτικά κάθε βήμα του υπολογισμού σας.

**Συμβούλη.** Για διευκόλυνσή σας, γράψτε πρώτα τον ορισμό του «Β-δένδρου τάξεως  $m$ » και προσαρμόστε τον για  $m=6$ .

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

- Σε δένδρο προσθέτουμε  $k$  ακμές έτσι ώστε να προκύψει απλό γράφημα. Δείξτε ότι το γράφημα αυτό έχει τουλάχιστον  $k$  απλούς κύκλους
- Έστω  $G$  απλό συνεκτικό γράφημα με  $n$  κορυφές και  $m \geq 2n - 2$  ακμές. Δείξτε ότι το  $G$  περιέχει δύο απλούς κύκλους ίσου μήκους.

Γυρίστε σελίδα.

**Θέμα 5<sup>ο</sup>**

Ένα πρόγραμμα ανάλυσης πρόσβασης διαβάζει ένα αρχείο που περιέχει κωδικούς (integers) χρηστών που έκαναν χρήση μίας υπηρεσίας (π.χ. Remote Banking). (Στο αρχείο καταγράφεται, για κάθε πρόσβαση που έγινε προς την υπηρεσία, ο κωδικός του χρήστη που την πραγματοποίησε.)

Το πρόγραμμα ανάλυσης υπολογίζει και εκτυπώνει τους  $k$  χρήστες που πραγματοποίησαν τον μεγαλύτερο αριθμό προσβάσεων καθώς και τον αριθμό των προσβάσεων τους. Οι  $k$  χρήστες εκτυπώνονται σε φθίνουσα σειρά ως προς τον αριθμό των προσβάσεων τους. Η τιμή  $k$  δίνεται ως παράμετρος στο πρόγραμμα.

Για παράδειγμα, μία τυπική έξοδος για  $k=4$  μπορεί να είναι:

*Oι 4 χρήστες με τον μεγαλύτερο αριθμό προσβάσεων είναι:*

**2345 (30 προσβάσεις)**

**1234(22 προσβάσεις)**

**9999(17 προσβάσεις)**

**2222(11 προσβάσεις)**

Να περιγραφεί αλγόριθμος για το πρόγραμμα ανάλυσης πρόσβασης που βασίζεται στη χρήση κατάλληλων ΑΤΔ. Υπάρχουν πολλές λύσεις (με διαφορετική ασυμπτωτική απόδοση) στο πρόβλημα της «ανάλυσης μετρήσεων». Σκοπός είναι να παραχθεί μία λύση η οποία είναι «γρήγορη» στη χειρότερη περίπτωση. Να υπολογίσετε την ασυμπτωτική πολυπλοκότητα της λύσης σας ως συνάρτηση των:

<i>m</i>	Ο αριθμός των «προσβάσεων» που περιέχει το αρχείο
<i>n</i>	Ο αριθμός των διακριτών χρηστών που έκαναν χρήση της υπηρεσίας
<i>k</i>	Ο αριθμός των χρηστών που περιλαμβάνονται στην έξοδο

Υποθέστε ότι σας δίνεται η μέθοδος `getNextAccess()` η οποία επιστρέφει (σε χρόνο O(1)) από το αρχείο τον κωδικό (integer) του χρηστή που έκανε την επόμενη πρόσβαση στην υπηρεσία (null εάν δεν υπάρχει).

**Σημείωση:** Εάν χρειαστεί να τροποποιήσετε κάποια γνωστή υλοποίηση αφηρημένου τύπου δεδομένων, να περιγράψετε αναλυτικά τις όποιες τροποποιήσεις.