

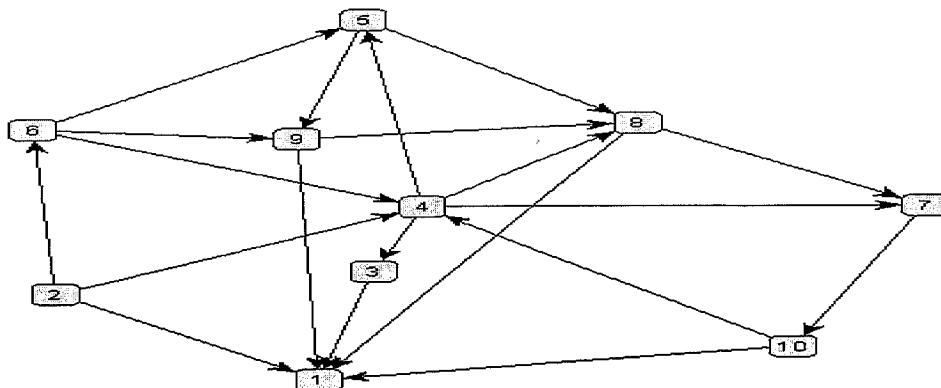
Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

17 Μαρτίου 2014

- Διάρκεια: 2 ½ ώρες.
- Καλή επιτυχία.

Θέμα 1^ο

Δίνεται το παρακάτω γράφημα G :



Να πραγματοποιηθεί μία **κατά βάθος διαπέραση** (depth first search) του G με **αφετηρία τον κόμβο-1**, όπου οι κορυφές του γραφήματος και εξερχόμενες ακμές από κάθε κόμβο να **εξετάζονται σε αύξουσα σειρά** με βάση τον αριθμό τους ή τον αριθμό της κορυφής προορισμού, αντίστοιχα.

Να δοθεί το δάσος δένδρων κατά-βάθους διαπέρασης (DFS forest). Τα δένδρα να σχεδιαστούν από αριστερά προς τα δεξιά, συμφώνα με σειρά που παράγονται.

Θέμα 2^ο

Δίνονται δύο ακολουθίες $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_m \rangle$ και $Y = \langle y_1, y_2, \dots, y_n \rangle$ από m και n χαρακτήρες αντίστοιχα. Να σχεδιαστεί αλγόριθμος ο οποίος σε $O(m+n)$ χρόνο αποφασίζει εάν η μία ακολουθία είναι υπο-ακολουθία της άλλης.

Να αιτιολογήσετε λεπτομερειακά την ορθότητα του αλγορίθμου σας καθώς και την χρονική πολυπλοκότητά του.

Θέμα 3^ο

Το πρόβλημα **Partition** ορίζεται ως εξής:

Δοθέντος ενός συνόλου n ακεραίων αριθμών $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, ζητείται να βρεθεί σύνολο $I' \subseteq I = \{1, 2, \dots, n\}$ έτσι ώστε:

$$\sum_{i \in I'} a_i = \sum_{i \in I - I'} a_i$$

Το πρόβλημα **Subset Sum** ορίζεται ως εξής:

Εστω $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ένα σύνολο από αντικείμενα. Κάθε αντικείμενο a_i έχει ένα μέγεθος, το οποίο συμβολίζεται με $s(a_i) \in Z^+$. Δίνεται επίσης ένας θετικός ακέραιος $B \in Z^+$. Ζητείται να βρεθεί σύνολο $I' \subseteq I = \{1, 2, \dots, n\}$ έτσι ώστε:

$$\sum_{i \in I'} a_i = B$$

- Δοθέντος ότι το πρόβλημα **Partition** είναι NP-complete, να αποδείξετε ότι το πρόβλημα **Subset Sum** είναι επίσης NP-complete.
- Να περιγραφεί και να αναλυθεί ψευδοπολυωνυμικός αλγόριθμος που επιλύει το πρόβλημα **Subset Sum**.

Θέμα 4^ο

Μια κορυφή ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος G ονομάζεται κέντρο (center) εάν ελαχιστοποιεί την μέγιστη απόσταση του από τους υπόλοιπους κόμβους του G . Να σχεδιαστεί και να αναλυθεί αλγόριθμος ο οποίος εντοπίζει τα κέντρα ενός γραφήματος.

Να αιτιολογήσετε λεπτομερειακά την ορθότητα του αλγορίθμου σας καθώς και την χρονική πολυπλοκότητά του.

Θέμα 5^ο

Έστω $T[1..n]$ ένα μη ταξινομημένο διάνυσμα από ακεραίους και ένας ακέραιος x .

- a) Να σχεδιάσετε και να αναλύσετε αλγόριθμο για το παρακάτω πρόβλημα:
«Να βρεθεί ένα ζεύγος αριθμών a και b από το διάνυσμα οι οποίοι έχουν άθροισμα x (δηλαδή, $a+b=x$) ή να αναφερθεί ότι δεν υπάρχει τέτοιο ζεύγος.»
- b) Να σχεδιάσετε έναν αλγόριθμο για το παρακάτω πρόβλημα:
«Να βρεθεί μία τριάδα αριθμών a , b και c από το διάνυσμα οι οποίοι έχουν άθροισμα x (δηλαδή, $a+b+c=x$) ή να αναφερθεί ότι δεν υπάρχει τέτοια τριάδα.»

Να αιτιολογήσετε την ορθότητα των αλγορίθμων σας καθώς και την πολυπλοκότητά τους.