

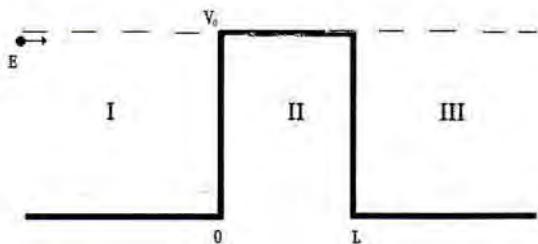
**Πέμπτη 28.06.2012 08:30, Διάρκεια 2 1/2 ώρες**

**Θέμα 1.**

Μονοενέργειακή δέσμη σωματίδιων ενέργειας  $E$  και μάζας  $m$

προσπίπτει από αριστερά σ' ένα δυναμικό της μορφής

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{για } x < 0, \text{ (περιοχή I),} \\ V_0 & \text{για } 0 \leq x \leq L, \text{ (περιοχή II),} \\ 0 & \text{για } x > L, \text{ (περιοχή III),} \end{cases}$$



όπου  $V_0 > 0$  και  $E = E_0$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

- (i) Να υπολογίσετε την κυματοσυνάρτηση σε όλο το χώρο.
- (ii) Να υπολογίσετε τα ρεύματα πιθανότητας σε όλο το χώρο.
- (iii) Να υπολογίσετε το συντελεστή διέλευσης  $T$ .

**Θέμα 2.**

Ένα μη σχετικιστικό σωματίδιο μάζας  $m$  περιφέρεται σε κυκλικές τροχιές ακτίνας  $r$  γύρω από ένα σταθερό κέντρο κάτω από την επίδραση μιας ελκτικής δύναμης της μορφής  $F = -kr$ , όπου  $k$  θετική σταθερά.

- (i) Να δείξετε ότι η δυναμική ενέργεια  $V(r)$  του σωματιδίου είναι

$$V(r) = \frac{1}{2}kr^2, \quad \text{υπό την προϋπόθεση ότι } V(0) = 0.$$

- (ii) Εφαρμόζοντας τη συνθήκη κβάντωσης του Bohr να δείξετε ότι οι επιτρεπές τιμές της ακτίνας  $r_n$ , ταχύτητας  $v_n$  και ενέργειας  $E_n$  του σωματιδίου είναι

$$r_n^2 = \frac{n\hbar}{k} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad v_n^2 = \frac{n\hbar}{m} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad E_n = n\hbar \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- (iii) Θεωρώντας γενικά ότι για την θεμελιώδη κατάσταση μια καλή προσέγγιση είναι  $p \sim \Delta p$  και  $x \sim \Delta x$ , χρησιμοποιήστε την αρχή της αβεβαιότητας για να προσδιορίσετε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης στη συγκεκριμένη περίπτωση, και να συγκρίνετε το αποτέλεσμα σας με το αντίστοιχο του ερωτήματος (ii).

**Θέμα 3.**

- (i) Θεωρήστε έναν αρμονικό ταλαντωτή σε μια διάσταση, μάζας  $m$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ . Αν ο ταλαντωτής βρίσκεται στην τυχαία ιδιοκατάσταση  $\psi_n(x)$  της ενέργειας, να υπολογίσετε την μέση τιμή της δυναμικής ενέργειας  $\langle V \rangle$  με τη βοήθεια της αλγεβρικής μεθόδου, δηλαδή χρησιμοποιώντας τους τελεστές δημιουργείας  $\hat{a}^\dagger$  και καταστροφής  $\hat{a}$ .

- (ii) Υπολογίστε τις μέσες τιμής της θέσης  $\langle x \rangle$ , του τετραγώνου της θέσης  $\langle x^2 \rangle$  και την αβεβαιότητα της  $\Delta x$  ( $\Delta x = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ ) για ένα σωματίδιο που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση ενός κβαντικού ταλαντωτή σε μια διάσταση, μάζας  $m$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ .

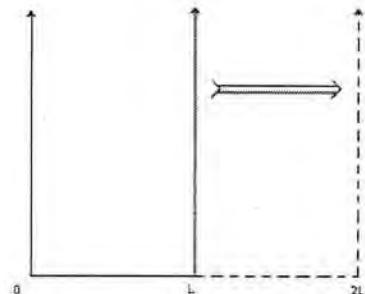
**Θέμα 4.**

Ένα σωματίδιο μάζας  $m$  βρίσκεται στη βασική κατάσταση  $\psi_0(x)$  ενός αρμονικού ταλαντωτή κυκλικής συχνότητας  $\omega$ . Κάποια στιγμή διπλασιάζεται η κυκλική συχνότητα του ταλαντωτή, δηλαδή  $\omega' = 2\omega$ , χωρίς αρχικά (τη στιγμή της αλλαγής) να έχουμε αλλαγή της κυματοσυνάρτησης. Βέβαια, από εκεί και πέρα η κυματοσυνάρτηση θα αλλάξει, αφού η εξίσωση του Schrödinger θα αλλάξει λόγω της νέας κυκλικής συχνότητας  $\omega' = 2\omega$ . Ποια είναι η πιθανότητα η μέτρηση της ενέργειας να μας δώσει  $\hbar\omega$ ? Επιαναλάβετε το ερώτημα για την τιμή  $\frac{1}{2}\hbar\omega$ .

(Δίνεται:  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}$ )

**Θέμα 5.**

Σωματίδιο βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση μονοδιάστατου απειρόθαλου πηγαδιού μήκους  $L$ . Το μήκος του πηγαδιού επιμηκύνεται απότομα κατά  $L$  προς τα δεξιά. Ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη δεύτερη ενεργειακή στάθμη στο νέο σύστημα;



**Η εξέταση πραγματοποιείται με ανοικτά βιβλία αλλά ΟΧΙ προσωπικές σημειώσεις.**

**Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Να απαντήσετε σε 4 από τα 5 θέματα.**

**Καλή επιτυχία.**