

## ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

**Πρόβλημα 1 (2.5 μονάδες)** Μια εταιρεία απασχολεί 10000 υπαλλήλους και προσφέρει ενισχυμένη, standard και οικονομική ιατροφαρμακευτική περίθαλψη. 30% των υπαλλήλων επέλεξαν την ενισχυμένη, 60% την standard και 10% την οικονομική. Από την έως τώρα εμπειρία, η πιθανότητα να μην υποβάλλει κατά τη διάρκεια ενός έτους, κανένα claim (αίτημα) προς την ασφαλιστική εταιρεία ένας υπάλληλος που έχει την ενισχυμένη ασφάλεια είναι 0.10. Τα ποσοστά για μη υποβολή claims για τις άλλες δύο ασφάλειες είναι: standard 0.4 και οικονομική 0.7. Ένας υπάλληλος επιλέγεται τυχαία. (α) Ποια η πιθανότητα ο υπάλληλος που επιλέχθηκε να μην υποβάλλει κανένα claim κατά τη διάρκεια του έτους; (β) Αν ο υπάλληλος που επιλέχθηκε δεν υποβάλλει κανένα claim μέσα σ' ένα έτος, ποια η πιθανότητα να έχει τη standard ασφάλιση;

**Πρόβλημα 2 (2.5 μονάδες)** Έστω  $X_1, X_2, \dots, X_n$  τυχαίο δείγμα από κατανομή με σ.π.π.

$$f(x, \theta) = (\theta - 1)x^{\theta-2}, \quad 0 < x < 1, \theta > 1.$$

- (α) Να βρεθεί η πιθανότητα  $P(X > 1/2)$  (β) Να βρεθεί η ΕΜΠ της παραμέτρου  $\theta$  καθώς και της πιθανότητας του ερωτήματος (α).  
 (γ) Να δοθεί αμερόληπτη εκτιμήτρια του μέσου  $\mu$  της παραπάνω κατανομής και να αποδειχθεί η αμεροληψία της.

**Πρόβλημα 3 (2.5 μονάδες)** Τα ερωτήματα Α και Β δε σχετίζονται μεταξύ τους.

**A.** Έστω τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$  με από κοινού σ.π.π.

$$f(x, y) = 4xy, \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1.$$

(i) Να βρεθεί η σ.π.π. της τυχαίας μεταβλητής  $X$  και της τ.μ.  $Y$ . (ii) Να βρεθεί η  $Cov(X, Y)$  και η  $Var(X - Y)$ . (iii) Τι συμπεραίνετε για τις τ.μ.  $X$  και  $Y$ ?

**B.** Έστω  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ανεξάρτητες τ. μ. που ακολουθούν την κατανομή  $N(\mu, \sigma^2)$ .

Να βρεθεί τι ακολουθούν η τ.μ.  $Y = \sum_{i=1}^n X_i$  και η τ.μ.  $Z = \sum_{i=1}^n ((X_i - \mu) / \sigma)^2$ . Να διατυπωθούν τα θεωρήματα που χρειάζονται χωρίς άλλη απόδειξη.

**Πρόβλημα 4 (2.5 μονάδες)** Εξετάζονται δύο μέθοδοι καθαρισμού ενός μεταλλεύματος και βρέθηκε ότι ο χρόνος (σε τέταρτα της ώρας) που χρειάζεται για καθαρισμό 1 κιλού μεταλλεύματος με τη μέθοδο Α και τη μέθοδο Β αντίστοιχα είναι:

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 4 |

Εάν οι χρόνοι καθαρισμού των δύο μεθόδων ακολουθούν κανονική κατανομή με την ίδια διασπορά (α) να βρεθεί ένα 90% Δ.Ε. για το μέσο χρόνο καθαρισμού της πρώτης μεθόδου και

(β) σε  $\alpha=10\%$  να ελεγχθεί εάν υπάρχει διαφορά στους μέσους χρόνους καθαρισμού των δύο μεθόδων.