

# Οικονομικά Μαθηματικά

12 Φεβρουαρίου 2015

**Θέμα 1.** Έστω  $f : X \rightarrow Y$ , όπου  $X, Y$  μετρικοί χώροι. Αν η  $f$  έχει κλειστό γράφημα και ο  $Y$  είναι συμπαγής, δείξτε ότι η  $f$  είναι συνεχής.

**Θέμα 2.** Έστω  $K \subseteq \mathbb{R}^m$  κυρτό πολύτοπο με κορυφές τα σημεία  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , και εστω η γραμμική συνάρτηση  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ . Αν η  $f$  μεγιστοποιείται στο  $K$ , στο σημείο  $x_0$ , με  $f(x_0) = \ell$  δείξτε ότι

- (i)  $L = \{i = 1, 2, \dots, n \mid f(b_i) = \ell\} \neq \emptyset$  και
- (ii)  $x_0 \in co\{b_i \mid i \in L\}$ .

**Θέμα 3.** Δώστε τον ορισμό της οικονομίας ανταλλαγής με τη αγαθά και  $l$  καταναλωτές. Στη συνέχεια δώστε τον ορισμό της κατανομής και δείξτε ότι το σύνολο των κατανομών είναι συμπαγές και κυρτό (Ο χώρος αγαθών είναι σ  $\mathbb{R}^m$ ).

**Άσκηση 4.** Σε οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και δύο καταναλωτές με συνάρτηση χρησιμότητας  $u_1(x, y) = u_2(x, y) = xy$  και αρχικά διαθέσιμα  $\omega_1 = (1, 1), \omega_2 = (9, 2)$  προσδιορίστε τη συγάρτηση υπερβάλλουσας ζήτησης και μια τιμή ισορροπίας.

**Άσκηση 5.** Δώστε τον ορισμό της ισορροπίας κατά Walras που στηρίζεται από τα διάνυμα  $p$ . Στη συνέχεια εξετάστε αν στη οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και δύο καταναλωτές με αρχικό σύνολο  $\omega_1 = (6, 2), \omega_2 = (6, 6)$  και συναρτήσεις χρησιμότητας  $u_1(x, y) = xy, u_2(x, y) = x^2y$ , η κατανομή

$$\mathbf{x} = ((4, 4), (8, 4)),$$

είναι ισορροπία κατά Walras που στηρίζονται από το διάνυσμα  $p = (2, 2)$ .

**Άσκηση 6.** (i) Δώστε παράδειγμα παγκόσμιου καθαρής στρατηγικής δύο παικτών (a) που έχει ισορροπία κατά Nash και (b) που δεν έχει ισορροπία κατά Nash.

(ii) Έστω ανταγωνιστικό παίγνιο δύο παικτών όπου  $A, B, C$  είναι οι δυνατές επιλογής του παίκτη 1 και  $l, r$  είναι οι δυνατές επιλογής του παίκτη 2.

(a) Προσδιορίστε και παραστήστε γραφικά τα σύνολα στρατηγικής των παικτών και (b) γράψτε ένα πίνακα αποδόσεων για τον παίκτη 1 και ένα πίνακα αποδόσεων για τον παίκτη 2.

Καλή Επιτυχία.