



ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ IV (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ-ΔΥΝΑΜΙΚΗ)
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Κ. Σιέττος, Γ. Κομίνης (Τομέας Μηχανικής, ΣΕΜΦΕ)

Διάρκεια εξέτασης: 2:30

23/9/2015

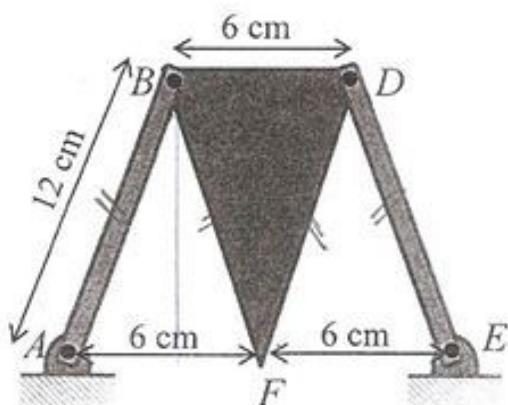
Να επιλέξετε 3 από τα 4 θέματα.

(Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.)

Θέμα 1

Ο μηχανισμός του σχήματος (Robert's linkage) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σχεδίαση μιας ευθίας γραμμής, σε πολύ καλή προσέγγιση, αν στο σημείο F τοποθετηθεί ένα μολύβι. Οι αποστάσεις AB, BF, DF και DE είναι 12 cm και η απόσταση BD είναι 6 cm. Αν η ράβδος AB περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 4 rad/s, κατά την στιγμή που φαίνεται στο σχήμα, να βρεθούν:

- η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου DE ,
- η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου F .

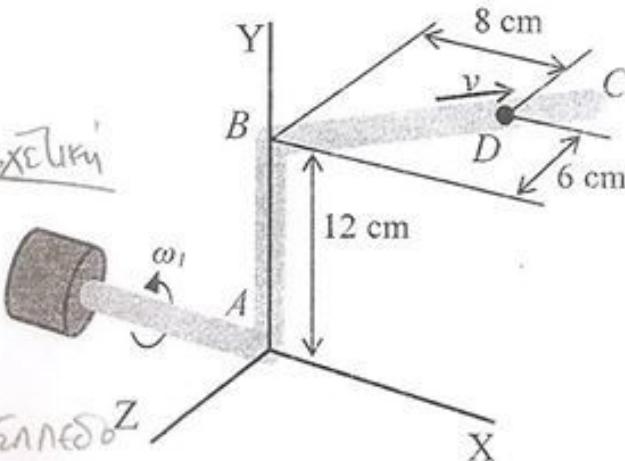


Θέμα 2

Ο σωλήνας του σχήματος έχει καμφθεί κατά 90° στα σημεία A και B και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$. Στο τμήμα BC κινείται σφαιρίδιο D με σταθερή εχείκη ταχύτητα $v = 2 \text{ m/s}$ με κατεύθυνση προς το ελεύθερο άκρο του σωλήνα. Κατά την στιγμή που φαίνεται στο σχήμα, να υπολογιστούν:

- αλογίν η ταχύτητα του σφαιριδίου D ,
- η επιτάχυνση του σφαιριδίου D .

$\text{ιω } BC \parallel XZ \text{ σημεδ} Z$



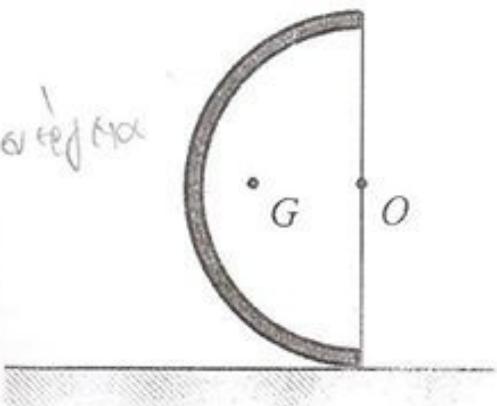
Θέμα 3

Ο ημικυκλικός σωλήνας μάζας m και ακτίνας r αφήνεται να πέσει από την θέση του σχήματος. Γνωρίζοντας ότι ο σωλήνας κυλίεται χωρίς τριβές να υπολογίσετε:

- τη γωνιακή του ταχύτητα,
- την αντίδραση του οριζοντίου δαπέδου όταν έχει κυλίσει κατά 90° .

Συντίθεται η αντίδραση

Δίνεται η απόσταση $GO = 2r/\pi$, η απόσταση του κέντρου μάζας G από το κέντρο του ημικυκλίου O . [Υπόδειξη: Χρησιμοποιώντας το θεώρημα παραλλήλων αξόνων, να δείξετε ότι η ροπή αδράνειας του ημικυκλίου ως προς το κέντρο μάζας του είναι $I_G = mr^2 - m(GO)^2$.]



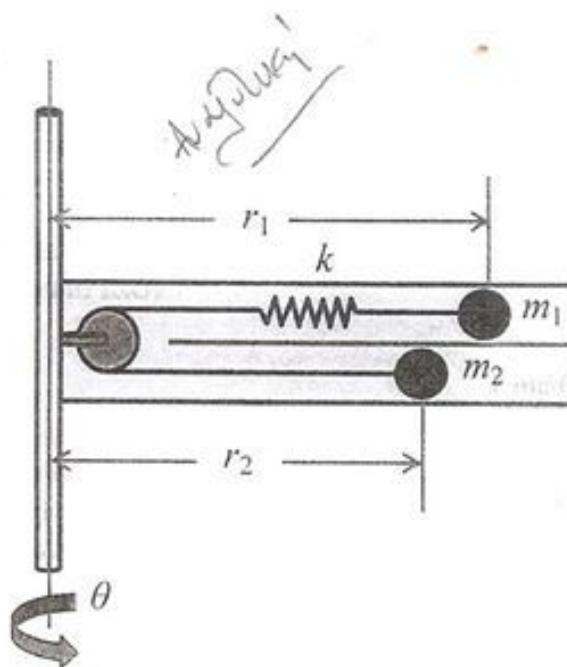
Θέμα 4

Δύο σώματα μάζας m_1 και m_2 , αντίστοιχα, βρίσκονται στο εσωτερικό ενός σωλήνα με οριζόντιο διαχωριστικό ο οποίος είναι σταθερά συνδεδεμένος με άξονα, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστρέφεται. Τα δύο σώματα συνδέονται μέσω νήματος, ελατηρίου και αβαρούς τροχαλίας όπως φαίνεται στο σχήμα και μπορούν να ολισθαίνουν χωρίς τριβές στο εσωτερικό του σωλήνα. Η ροπή αδράνειας του συστήματος άξονα-σωλήνα ως προς τον κατακόρυφο άξονα είναι I και η σταθερά του ελατηρίου k .

- (α) Να γραφτεί η Λαγκρανζιανή συνάρτηση L του συστήματος.
- (β) Να διατυπωθούν οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος.
- (γ) Να υπολογιστεί η ποσότητα $h = \dot{\theta} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} + \dot{r}_1 \frac{\partial L}{\partial \dot{r}_1} + \dot{r}_2 \frac{\partial L}{\partial \dot{r}_2} - L$.

Ποια φυσική ποσότητα εκφράζει;

- (δ) Υπάρχουν φυσικές ποσότητες που να είναι σταθερές της κίνησης;



Καλή Επιτυχία!

Χρήσιμες Σχέσεις:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}$$

$$\vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_A + \dot{\vec{\omega}} \times \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overrightarrow{AB})$$