

## ΣΕΜΦΕ

Αναδ. Έτος: 2008-09

Κανονική Εξέταση στο μάθημα:

“Θεωρητική Φυσική”, 8<sup>ου</sup> Εξαμήνου

Διδάσκων: Γ. Ζουπάνος

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

Επιλέξτε 4 θέματα

08/07/2009

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

Θεωρείστε την Λαγκρανζιανή πυκνότητα που περιγράφει δύο ελεύθερα πραγματικά πεδία  $\phi_1, \phi_2$  με κοινή μάζα  $m$ ,

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 - \frac{1}{2} m^2 \phi_1^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 - \frac{1}{2} m^2 \phi_2^2$$

α) Να δείξετε ότι η  $L$  είναι αναλλοίωτη κάτω από τον μετασχηματισμό  $SO(2)$

$$\phi_1 \rightarrow \phi_1' = \phi_1 \cos \alpha - \phi_2 \sin \alpha$$

$$\phi_2 \rightarrow \phi_2' = \phi_1 \sin \alpha + \phi_2 \cos \alpha$$

και να βρείτε το διατηρούμενο ρεύμα Noether.

β) Να δείξετε ότι εισάγοντας ένα μιγαδικό πεδίο

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 - i\phi_2), \quad \Phi^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2),$$

η  $L$  παίρνει τη μορφή

$$L = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - m^2 \Phi^\dagger \Phi,$$

η οποία είναι αναλλοίωτη κάτω από τον  $U(1)$  μετασχηματισμό

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{-ia} \Phi(x)$$

και να προσδιορίσετε το αντίστοιχο ρεύμα Noether.

γ) Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Euler-Lagrange, να δείξετε ότι η  $L$  στη μορφή του ερωτήματος (β) οδηγεί στην εξισωση Klein-Gordon.

### Θέμα 2ο

- α) Θεωρείστε την Λαγκρανζιανή πυκνότητα που περιγράφει ένα σπινοριακό πεδίο  $L = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$  και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Euler-Lagrange να δείξετε ότι η  $L$  οδηγεί στην εξίσωση Dirac.
- β) Να δείξετε ότι η  $L$  είναι αναλλοίωτη κάτω από το μετασχηματισμό  $\psi(x) \rightarrow e^{-ia}\psi(x)$  και να βρείτε το αντίστοιχο διατηρούμενο ρεύμα Noether.
- γ) Να δείξετε ότι η  $L$  δεν είναι αναλλοίωτη κάτω από το μετασχηματισμό  $\psi(x) \rightarrow e^{-ia(x)}\psi(x)$  και ότι αυτό επιτυγχάνεται αν γίνει η αντικατάσταση του  $\partial_\mu$  με το  $D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu$  όπου το διανυσματικό πεδίο  $A_\mu$  μετασχηματίζεται ως εξής:
- $$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu a(x), \text{ με } e \text{ σταθερά και } a(x) \text{ τυχαία συνάρτηση.}$$
- δ) Να δείξετε ότι η προσθήκη στην  $L$ , που δημιουργήθηκε στο (γ), ενός κινητικού όρου για τα πεδία  $A_\mu$ ,  $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ , όπου  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ , επιτρέπεται ενώ αντίστοιχα ένας όρος μάζας δεν επιτρέπεται.

### Θέμα 3ο

Θεωρείστε τη Λαγκρανζιανή πυκνότητα  $L = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) + \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ ,

όπου  $D_\mu\Phi = (\partial_\mu - igA_\mu)\Phi$ ,  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ,  $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ , η οποία είναι αναλλοίωτη κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς  $U(1)$ .

- α) Να δείξετε ότι για  $\mu^2 > 0$  υπάρχει αυθόρμητη παραβίαση της συμμετρίας στο κενό η οποία οδηγεί για  $g=0$  σε ένα Goldstone μποζόνιο χωρίς μάζα.
- β) Να δείξετε ότι για  $g \neq 0$  το διανυσματικό πεδίο  $A_\mu$  αποκτά μάζα και να την προσδιορίσετε.

### Θέμα 4ο

Στο Καθιερωμένο Πρότυπο των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων θεωρείστε γνωστό τον πίνακα ανάμιξης μαζών των διανυσματικών μποζόνιων  $A_\mu^3$  και  $B_\mu$  μετά την αυθόρμητη παραβίαση της συμμετρίας. Να βρεθούν:

- α) τα φυσικά διανυσματικά μποζόνια που αντιστοιχούν στα σωματίδια  $Z_\mu$  και φωτόνιο  $A_\mu$

β) τα ουδέτερα ρεύματα  $J_\mu^0$  και  $J_\mu^{em}$  που συνδέονται με τα  $Z_\mu$  και  $A_\mu$ , ως συνάρτηση των ρευμάτων  $J_\mu^3$  και  $J_\mu^\gamma$  που εμφανίζονται στη Λαγκρανζιανή πυκνότητα του Καθιερωμένου Προτύπου πριν την αυθόρμητη παραβίαση της συμμετρίας.

### Θέμα 5<sup>o</sup>

Στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων να βρεθούν:

- (1) Η μάζα του φυσικού Higgs ως συνάρτηση των παραμέτρων του δυναμικού.
- (2) Οι “σταθερές σύνδεσης” του σωματιδίου Higgs με τα φερμιόνια.
- (3) Οι “σταθερές σύνδεσης” του σωματιδίου Higgs με τα φορτισμένα και το ουδέτερο διανυσματικά μποζόνια.

### Θέμα 6<sup>o</sup>

Θεωρείστε την Λαγκρανζιανή πυκνότητα  $L$ , που περιγράφει το Καθιερωμένο Πρότυπο των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων με μάζες Dirac για όλες τις γενιές των νετρίνων. Περιοριστείτε στις δύο πρώτες γενιές και θεωρείστε ότι τα στοιχεία του πίνακα μαζών των νετρίνων που είναι ιδιοκαταστάσεις των ρευμάτων των ασθενών αλληλεπιδράσεων είναι της μορφής:

$$(\bar{\nu}_{0eL}, \bar{\nu}_{0\mu L}) \begin{pmatrix} 0 & m_1 \\ m_1 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{0eR} \\ \nu_{0\mu R} \end{pmatrix} + h.c.$$

με  $m_1, m_2 \neq 0$ , ενώ ο αντίστοιχος πίνακας μαζών των φορτισμένων λεπτονίων είναι διαγώνιος.

Να βρείτε τις μάζες των φυσικών νετρίνων  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  και τη γωνία ανάμιξης που εμφανίζεται στο φορτισμένο λεπτονικό ρεύμα.

β) Θεωρείστε ότι μια δέσμη ηλεκτρονικών νετρίνων παράγεται (με κοινή ορμή  $p \gg m_{\nu_e}, m_{\nu_\mu}$ ) στην ιδιοκατάσταση  $\nu_{0e}$  του λεπτονικού ρεύματος και βρείτε την πιθανότητα μετά χρόνο  $t$  να μετατραπεί σε  $\nu_{0\mu}$ .

### Θέμα 7<sup>o</sup>

Στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων θεωρείστε δεδομένη την ΕΟΕ για το συντελεστή αυτοσύνδεσης  $\lambda$  του βαθμωτού πεδίου. Υποθέτοντας ότι η

Νέα Φυσική πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο εμφανίζεται μόνο στην κλίμακα Planck  $\sim 10^{19} \text{GeV}$ , να βρείτε:

- (α) Το ανώτερο όριο μάζας του σωματιδίου Higgs
- (β) Το κατώτερο όριο μάζας του σωματιδίου Higgs, για  $m_t \sim 170 \text{GeV}$ .

Καλή επιτυχία!