

ΕΜΠ ΣΕΜΦΕ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ Ταλαντώσεις και Κύματα

1^Η ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Διδάσκοντες: Η.Κ. Κατσούφης (Α - Λ), Ε. Φωκίτης (Μ - Ω) 26. 11.07

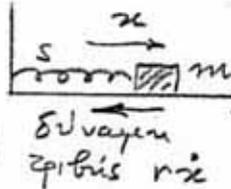
Οι απαντήσεις πρέπει να δοθούν μέχρι και τη Δευτέρα 17.12.07

1. Ραίν, Ελεύθερο σύστημα: Α) Με ισχυρή απόσβεση, Πρόβλημα 1.19, Β) 1.21.

Α. Το απλό αρμονικό σύστημα με ισχυρή απόσβεση του Σχ. μετατοπίζεται κατά απόσταση F από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα. Δείξτε ότι η μετατόπισή του δίνεται από τη σχέση

$$x = F e^{-n/2m} \cosh \left(\frac{r^2 - s}{4m^2} \right)^{1/2} t$$

και σχεδιάστε την καμπύλη της μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου.



Β.

Δείξτε ότι η αρχική συνθήκη $x = A \cos \varphi$ για $t = 0$ στη γενική λύση

$$x = e^{-n/2m} (C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t})$$

της απλής αρμονικής κίνησης με απόσβεση ικανοποιείται από τα

$$C_1 = \frac{A}{2} e^{i\varphi} \text{ και } C_2 = \frac{A}{2} e^{-i\varphi}$$

2. Ραίν, Εξαναγκασμένος μηχανικός ταλαντωτής: Α) 2.6, 14, Β) 2.7, Γ) 2.17.

Α. Αποδείξτε ότι το ακριβές πλάτος στο συντονισμό μετατόπισης για έναν εξαναγκασμένο μηχανικό ταλαντωτή μπορεί να γραφτεί ως $x = F_0 / \omega' r$, όπου F_0 είναι το πλάτος της διεγείρουσας δύναμης και

$$\omega'^2 = \frac{s}{m} - \frac{r^2}{4m^2}$$

Β.

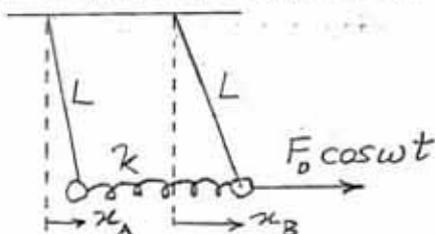
Αποδείξτε ότι, για έναν εξαναγκασμένο μηχανικό ταλαντωτή, τα ακόλουθα μεγέθη είναι ανεξάρτητα της συχνότητας:

- (α) το πλάτος μετατόπισης για χαμηλές συχνότητες
- (β) το πλάτος ταχύτητας στο συντονισμό ταχύτητας
- (γ) το πλάτος επιτάχυνσης στις υψηλές συχνότητες, ($\omega \rightarrow \infty$).

Γ.

Αν η τιμή του Q στο πρόβλημα 2.6 είναι μεγάλη, δείξτε ότι το εύρος της καμπύλης συντονισμού μετατόπισης είναι περίπου $\sqrt{3}r/m$, όπου το εύρος μετράται μεταξύ εκείνων των συχνοτήτων για τις οποίες $x = x_{\max}/2$.

3. Θεωρήστε το σύστημα των δύο συζευγμένων εκκρεμών του σχήματος τα οποία κινούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές. Στο σώμα Α εξασκείται η οριζόντια εξωτερική δύναμη $F_0 \cos \omega t$.

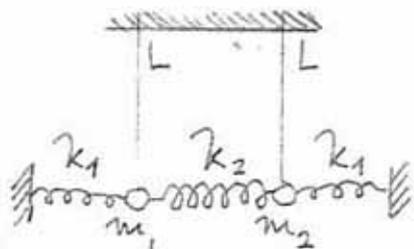


α) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων του συστήματος Α και Β για μικρές μετατοπίσεις τους, χρησιμοποιώντας τις παρακάτω παραστάσεις που εκφράζονται με τη βοήθεια των δεδομένων του συστήματος, $\omega_0^2 = g/L$ και $\omega_c^2 = k/m$.

β) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης με τις κανονικές συντεταγμένες του συστήματος $q_1(t)$ και $q_2(t)$. i) Τι περιγράφουν οι εξισώσεις αυτές; ii) Ποιές είναι οι συχνότητες ω_1 και ω_2 των κανονικών τρόπων ταλάντωσης; iii) Για τη μόνιμη κατάσταση, γράψτε το πλάτος απομάκρυνσης C και D, των $q_1(t)$ και $q_2(t)$, αντίστοιχα.
 γ) Για τη μόνιμη κατάσταση του συστήματος, γράψτε τα πλάτη ταλάντωσης $A(\omega)$ και $B(\omega)$ των στιγμιαίων απομακρύνσεων $x_A(t)$ και $x_B(t)$. Σχολιάστε τη συμπεριφορά των πλατών $A(\omega)$ και $B(\omega)$ όταν η συχνότητα ω πλησιάζει τις συχνότητες ω_1 και ω_2 των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. (Εξετάσεις 06-07)

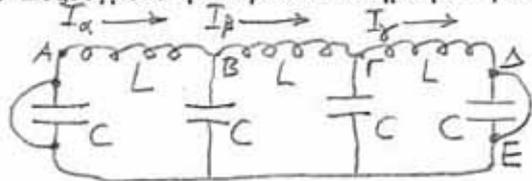
4. Το σύστημα του σχήματος αποτελείται από δύο σώματα με ίσες μάζες, $m_1 = m_2 = m$, συζευγμένες με ελατήρια σταθεράς $k_1 = k$ και $k_2 = 2k$, ενώ το μήκος των εκκρεμών είναι ίσο με L . Στη θέση ισορροπίας τα ελατήρια δεν είναι παραμορφωμένα. Για μικρές μετατοπίσεις x_1 και x_2 στο επίπεδο του σχήματος:

α) Γράψτε τη διαφορική εξίσωση κίνησης κάθε σώματος.
β) Υπολογίστε τις ιδιοσυχνότητες ταλάντωσης του συστήματος. (Εξετάσεις 06-07)



γ) Για $t=0$, οι αρχικές συνθήκες είναι $x_1(0) = 0,05 \text{ m}$, $x_2(0) = 0,03 \text{ m}$, $\dot{x}_1(0) = 0,1 \text{ m/s}$, $\dot{x}_2(0) = 0,2 \text{ m/s}$. Βρείτε τις αυθαίρετες $x_1(t)$, $x_2(t)$, αν $m = 0,1 \text{ kg}$, $L = 2,0 \text{ m}$ και $k = 0,1 \text{ N/m}$.

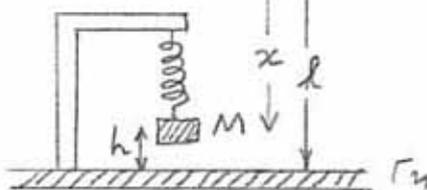
5. Συζευγμένο ηλεκτρικό σύστημα με 3 β.ε.: Θεωρούμε ένα κύκλωμα LC που αποτελείται από 3 αυτεπαγωγές και 4 χωρητικότητες, συνδεδεμένες με τον τρόπο που δείχνει το Σχήμα,



με τη διαφορά ότι οι δύο εξωτερικές χωρητικότητες είναι βραχυκυκλωμένες. Βρείτε, τους τρεις τρόπους, δηλαδή τις

εντάσεις των ρευμάτων και τις συχνότητες. Συγκρίνετε τη φυσική σημασία του "παράδοξου" χαμηλότερου τρόπου σε αυτό το πρόβλημα με τον αντίστοιχο τρόπο του παρακάτω μηχανικού προβλήματος, καθώς και τις εδώ συνοριακές συνθήκες με αυτές του παρακάτω προβλήματος: Σχηματισμοί και συχνότητες των τριών πρώτων τρόπων ταλάντωσης μίας χορδής με ομοιόμορφη κατανομή 3 σφαιριδίων, και συνοριακή συνθήκη ότι και τα δύο άκρα της χορδής είναι ελεύθερα,

6. Σεισμογράφος



Φαντασθείτε έναν απλό σεισμογράφο που αποτελείται από μία μάζα M αναρτημένη από ένα ελατήριο στερεωμένο σε έναν ακλόνητο σκελετό (του σεισμογράφου) ο οποίος είναι στερεωμένος στη Γη. Η δύναμη του ελατηρίου και η δύναμη απόσβεσης εξαρτώνται από την μετατόπιση και την ταχύτητα, αντίστοιχα, σε σχέση με την επιφάνεια της Γης, αλλά η δυναμικά σημαντική επιτάχυνση είναι η επιτάχυνση του M σε σχέση με τα ακίνητα άστρα (π.χ. ο Ήλιος).

(α) Χρησιμοποιώντας το y για το συμβολισμό της μετατόπισης της M σε σχέση με τη Γη, και το η να δηλώνει τη μετατόπιση της ίδιας της επιφάνειας της Γης λόγω του σεισμού, δείξτε πως η εξίσωση κίνησης είναι: $\ddot{y} + \gamma\dot{y} + \omega_0^2 y = -\ddot{\eta}$

(όπου h και l είναι η απόσταση Γης-μάζας πριν τον σεισμό, και η απόσταση Γης-Ήλιου επίσης πριν τον σεισμό. Επίσης, η είναι η μετατόπιση, λόγω σεισμού, της επιφάνειας της Γης σε σχέση με τον Ήλιο.)

(β) Λύστε για το y στη μόνιμη κατάσταση αν $\eta = C \cos \omega t$.

(γ) Σχεδιάστε το πλάτος A της μετατόπισης y συναρτήσει του ω (υποθέτοντας πως το C είναι το ίδιο για όλα τα ω)

(δ) Ένα τυπικό σεισμόμετρο μεγάλης περιόδου έχει περίοδο γύρω στα 30 sec και Q κοντά στο 2. Σαν αποτέλεσμα ενός βίαιου σεισμού, η επιφάνεια της Γης μπορεί να ταλαντωθεί με περίοδο περίπου 20 min και με πλάτος τόσο ώστε η μέγιστη επιτάχυνση είναι περίπου 10^{-9} m/sec^2 . Πόσο μικρή τιμή του A πρέπει να είναι παρατηρήσιμη αν θέλουμε αυτός ο σεισμός να γίνει αντιληπτός από το σεισμογράφο; (x είναι η ελιγμιαία απόσταση της M από τον Ήλιο. Βρείτε τη σχέση μεταξύ x, y, h, l, η)

7. Θεωρήστε ένα σύνολο N συζευγμένων ταλαντωτών που διεγείρονται εγκάρσια με συχνότητα $\omega < 2\omega_0$ (δηλ. $y_0 = 0$, $y_{N+1} = h \cos \omega t$), όπου ω_0 είναι η χαμηλότερη συχνότητα ΚΤΤ. Να βρείτε τα προκύπτοντα πλάτη των N ταλαντωτών. (Υποδ.: Οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης είναι οι ίδιες όπως και στην μη διεγειρόμενη εξωτερικά περίπτωση, μόνο οι συνοριακές συνθήκες αλλάζουν). Έτσι, δοκιμάστε $A_p = C \cos \alpha p$, και προσδιορίστε τις τιμές των α και C . (Σημ.: Αν $\omega > 2\omega_0$, το α είναι μιγαδικό και το κύμα φθίνει εκθετικά στο χώρο.)

ΕΜΠ ΣΕΜΦΕ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ Ταλαντώσεις και Κύματα

2^Η ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Διδάσκοντες: Η.Κ. Κατσούφης (Α - Λ), Ε. Φωκίτης (Μ - Ω) 20.12.07

Οι απαντήσεις πρέπει να δοθούν μέχρι και την Πέμπτη 10.1.08

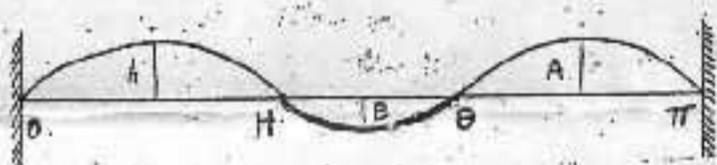
7. Ραίν 3.17 + 3.18

Α) Εξετάστε την περίπτωση όπου ο αριθμός των μαζών στη χορδή με σφαιρίδια της παραγράφου 3.6 είναι $n=3$ και δείξτε ότι οι κανονικές ταλαντώσεις έχουν συχνότητες που δίνονται από τις σχέσεις $\omega_1^2 = (2 - \sqrt{2})T/ma$, $\omega_2^2 = 2T/ma$ και $\omega_3^2 = (2 + \sqrt{2})T/ma$.

Δείξτε ότι τα πλάτη μετατόπισης των μαζών του προβλήματος 3.17 έχουν λόγους $1:\sqrt{2}:1$, $1:0:-1$ και $1:-\sqrt{2}:1$ στους τρεις κανονικούς τρόπους. Σχεδιάζοντας αυτά τα σχετικά πλάτη δείξτε ότι ισχυρότερη σύζευξη σημαίνει και αύξηση της συχνότητας του κανονικού τρόπου.

Ένας αεροσυμπίεστής (κομπρεσέρ) χτυπά το έδαφος με συχνότητα 20 Ηz. Η λαβή κάνει τα χέρια του χειριστή να δονούνται με την ίδια συχνότητα. Σχεδιάστε ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών τόνων, αν ενσωματωνόταν στη λαβή, θα μεζώνει το πλάτος των κροσσών 10 φορές. Ένας άλλος τρόπος είναι να αυξήσουμε τη μάζα του μηχανήματος (ειδικότερο του μέρους του μηχανήματος που δέχεται τις παλινδρομήσεις της σφύρας του κομπρεσέρ) 10 φορές. Σπειδή όμως το μηχάνημα ζυγίζει ήδη 25 kg, δοκιμάστε να το επιτύχετε με ένα συνδυασμό μεταβολής μάζας και ελατηρίων.

9.



Ηλ/δοι 2002

Ιδανική χορδή τέντεται με σταθερή τάση T και έχει σταθερά άκρα. Η χορδή αποτελείται από τα ίσα τμήματα OH και $\Theta\Pi$ με γραμμική πυκνότητα β_1 και το τμήμα $H\Theta$ με γραμ. πυκν. $\rho_2 = 4\rho_1$.

Το σύστημα είναι ομογενές κατά τμήματα και μπορεί να μελετηθεί θεωρώντας τις εκφράσεις για τους κανονικούς τρόπους ταλάντωσης κάθε τμήματος.

Α) Γνωρίζοντας ότι η μορφή του κανονικού τρόπου ταλάντωσης (ΚΤΓ) με τη χαμηλότερη συχνότητα είναι όπως στο σχήμα (δηλ. με τα σημεία H και Θ ακίνητα), υπολογίστε το λόγο των μηκών $OH/H\Theta$. (5)

Β) Εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες και τις συνθήκες συνέχειας υπολογίστε το λόγο των πλατών A/B γι' αυτόν τον ΚΤΓ. (15)

Γ) Ποιά είναι η αριθμητική τιμή του λόγου των ενεργειών E_1 και E_2 των τμημάτων OH και $H\Theta$, αντίστοιχα; (Μη κάνετε αναλυτικούς υπολογισμούς των ενεργειών). (5)

10.

Η εξίσωση που διέπει τη διάδοση εγκάρσιου κύματος σε μία μη-ιδανική χορδή είναι

$$\text{της μορφής } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - av_0^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}. \text{ Υπολογίστε:}$$

α) Τη σχέση διασποράς

β) Τη φασική και την ομαδική ταχύτητα ως συναρτήσεις του κυματαριθμού k .

γ) Τα μήκη κύματος και τις αντίστοιχες συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης μίας μη-ιδανικής χορδής όπως η ανωτέρω, με μήκος L και σταθερά τα δύο της άκρα.

11.

Α) Να δείξετε πως η μέση ισχύ που διαδίδεται από ένα ημιτονικό κύμα σε μία χορδή είναι

$$P_{\text{μέσ}} = 1/2 \mu A^2 \omega^2 c$$

Β) Να βρεθεί η ενεργειακή ροή σε χορδή απείρου μήκους όταν διεγείρεται στο σημείο $z=0$ από πιεζοκρυστάλλο με αρμονική ταλάντωση πλάτους 30 μm , συχνότητας 10 KHz, ενώ η γραμμική πυκνότητα και η μηχανική τάση είναι 0.1 g/cm και 50 Kg αντίστοιχα.

12.

Πόσο πρέπει να είναι το πάχος της επίστρωσης MgF_2 σε ένα φακό (δείκτης διάθλασης γυαλιού = 1,50), ώστε να περιοριστεί στο ελάχιστο η ανακλαστικότητα του στο μέσο του ορατού φάσματος ($\lambda = 550 \text{ nm}$ στο κενό) για κάθετη πρόσπτωση του φωτός; (Υπενθύμιση: Η χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση

13.

A) Κυματομάδα αποτελείται από δύο αρμονικά κύματα με το ίδιο πλάτος A και μήκη κύματος λ και $\lambda + \Delta\lambda$, όπου το $\Delta\lambda / \lambda \ll 1$. Δείξτε ότι ο αριθμός μηκών κύματος λ που περιέχονται μεταξύ διαδοχικών μηδενισμών της περιβάλλουσας διαμόρφωσης είναι περίπου $\lambda / \Delta\lambda$. (10)

B)
Pain 4.13

Η απομάκρυνση σε ένα κύμα σε χορδή που είναι σταθερή και στα δύο άκρα δίνεται από

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx) + rA \cos(\omega t + kx)$$

όπου r είναι ο συντελεστής ανάκλασης πλάτους. Δείξτε ότι αυτό μπορεί να εκφραστεί ως επαλληλία στάσιμων κυμάτων

$$y(x, t) = A(1+r) \cos \omega t \cos kx + A(1-r) \sin \omega t \sin kx.$$

14.

Ενας παλμός με εύρος συχνοτήτων $\Delta\omega$ κινείται προς τα δεξιά πάνω σε μια ιδανικά ελαστική χορδή 1 που έχει γραμμική πυκνότητα ρ_1 . Η χορδή στο σημείο $x=0$ είναι συνδεδεμένη με άλλη ιδανική χορδή 2 με γραμμική πυκνότητα $\rho_2 = 4\rho_1$ και ολόκληρο το σύστημα τείνεται με σταθερή τάση T . Η σχέση διασποράς για μια ιδανική χορδή είναι $\omega = \sqrt{T/\rho} k$ και η σύνθετη αντίστασή της είναι $Z = \sqrt{T\rho}$.

α) Δείξτε ότι ο παλμός κατά τη διάδοσή του στη χορδή 1 δεν αλλάζει σχήμα. Υπολογίστε το χωρικό εύρος $(\Delta x)_\pi$ του προσπίπτοντος παλμού και την ταχύτητά του.

β) Υπολογίστε την ταχύτητα και το μέγιστο ύψος του ανακλώμενου και του διαδιδόμενου παλμού σε σχέση με τα αντίστοιχα μεγέθη του αρχικού παλμού. Τι μορφή θα έχει ο διαδιδόμενος παλμός;

γ) Δείξτε ότι το χωρικό εύρος $(\Delta x)_\pi$ του ανακλώμενου παλμού είναι ίσο με αυτό του προσπίπτοντος παλμού, $(\Delta x)_\pi$, ενώ του διαδιδόμενου είναι $(\Delta x)_\pi / 2$.

15.

Ανακλάσεις σε γραμμές μεταφοράς. Ας υποθέσουμε ότι μια ομοαξονική γραμμή μεταφοράς, με χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση 50Ω ενώνεται με μία άλλη γραμμή με χαρακτηριστική σύνθετη αντίσταση 100Ω . Ένας παλμός δυναμικού με τιμή $+10\text{ V}$ (αυτή είναι και η μέγιστη τιμή του παλμού), προσπίπτει από τη γραμμή των 50Ω στη γραμμή των 100Ω .

(α) Πώς μπορείτε να παρεμβάλετε μια κολη αντίσταση, ώστε ο προσπίπτον παλμός, που κινείται από τη γραμμή με σύνθετη αντίσταση 50Ω προς τη γραμμή με σύνθετη αντίσταση 100Ω , να μεταδίδεται, χωρίς να δημιουργηθεί κανένας ανακλώμενος παλμός; Να υπολογίσετε την τιμή της αντίστασης σε ohms. Επίσης να κάνετε ένα σχέδιο που να δείχνει τον κεντρικό και τον εξωτερικό αγωγό κάθε γραμμής στη θέση στην οποία ενώνονται, και την αντίσταση που έχει συνδεθεί. (Μην ανησυχείτε για τον τρόπο "κατανομής" της αντίστασης. Αν το μήκη κύματος είναι μεγάλα σε σχέση με τη διάμετρο του καλωδίου, δεν είναι ανάγκη να γίνει κατανομή της αντίστασης.)

(β) Ποιά είναι η τιμή του παλμού που μεταδίδεται; (Υποθέστε ότι προσπίπτει ένας παλμός που έχει τιμή $+10\text{ V}$.)

(γ) Υποθέστε ότι ένας παλμός με τιμή $+10\text{ V}$ μεταδίδεται στη γραμμή κατά την "έσφαλμένη" κατεύθυνση, δηλαδή από τη γραμμή των 100Ω προς τη γραμμή των 50Ω . Τι συμβαίνει στην περίπτωση αυτή; Υπολογίστε το ύψος του παλμού που ανακλάται και του παλμού που μεταδίδεται.

(δ) Θεωρήστε το πρόβλημα μετάδοσης χωρίς ανάκλαση, ενός παλμού από τη γραμμή των 100Ω προς τη γραμμή των 50Ω . Τι τιμή θα πρέπει να έχει η αντίσταση και πώς θα πρέπει να συνδεθεί στη θέση που ενώνονται οι γραμμές; Ποιά είναι το ύψος του παλμού που μεταδίδεται, αν προσπίπτει ένας παλμός με τιμή $+10\text{ V}$. Τι συμβαίνει στην περίπτωση κατά την οποία ένας παλμός με τιμή $+10\text{ V}$ προσπίπτει από τη γραμμή των 50Ω προς τη γραμμή των 100Ω , δηλαδή κατά την "έσφαλμένη" κατεύθυνση;

Kyriazi Berkeley 5.6

ΕΜΠ ΣΕΜΦΕ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ Ταλαντώσεις και Κύματα

3^Η ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Διδάσκοντες: Η.Κ. Κατσούφης (Α - Λ), Ε. Φωκίτης (Μ - Ω) 15.1.08

Οι απαντήσεις πρέπει να δοθούν μέχρι και την Τρίτη 5.2.08

- 16) Δύο επιφανειακά εγκάρσια κύματα $A\sin[k(x-vt)]$ και $A\sin[k(y-vt)]$ διαδίδονται κατά μήκος μίας απεριόριστης τεντωμένης μεμβράνης.
- Ποια είναι η διεύθυνση διάδοσης του συνιστάμενου κύματος, η φασική του ταχύτητα και το μήκος κύματος;
 - Βρείτε τα σημεία της μεμβράνης που είναι διαρκώς ακίνητα
 - και τα σημεία εκείνα στα οποία η ένταση ισούται με το $\frac{1}{2}$ της μεγίστης δυνατής.

- 17) Ένας κυματοδηγός αποτελείται από μακρύ σωλήνα τετραγωνικής διατομής με πλευρές a και b . Ναδειχθεί ότι, αν στην είσοδο του προσπίπτει ένα κύμα με κυματοδιάνυσμα \mathbf{k} , παράλληλο προς το επίπεδο y,z , τότε το συνιστάμενο κύμα μέσα στον κυματοδηγό, δίνεται από τη σχέση:
- $$\xi = 4\xi_0 \sin k_2 y \sin k_3 z \cos(\omega t - k_1 x)$$
- και ότι οι μόνες συχνότητες που μεταδίδονται μέσα στον κυματοδηγό ικανοποιούν τη σχέση

$$v \geq \frac{1}{2} V \sqrt{\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2}}, \text{ όπου } n_1 \text{ και } n_2 \text{ ακέραιοι, και } V \text{ η}$$

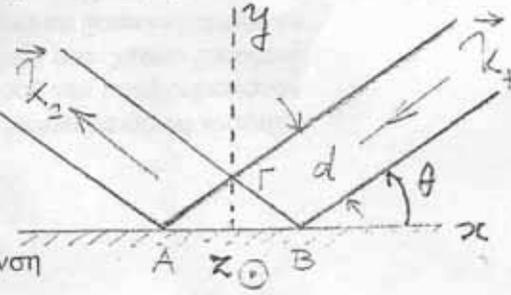
ταχύτητα φάσης, $V = \omega/k$. Να μελετηθούν τα δεσμικά επίπεδα στον κυματοδηγό για $n_1 = 2$ και $n_2 = 3$.

- 18) Διάταξη λέιζερ εκπέμπει κατά τη διεύθυνση $+z$ συνεχές φως γραμμικά πολωμένο κατά τη διεύθυνση x , ισχύος $6,0 \text{ mW}$ και μήκους κύματος $\lambda = 700 \text{ nm}$. Η δέσμη έχει κυκλική διατομή διαμέτρου 4 mm , και η μεταφερόμενη ισχύς κατανέμεται ομοιόμορφα στη διατομή της δέσμης. Να βρεθούν:

- Το πλάτος του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του εκπεμπόμενου φωτός και να γραφούν τα δύο διανυσματικά πεδία τη χρονική στιγμή t στη θέση z .
- Το διάνυσμα Poynting και η ενέργεια που περιέχεται σε τμήμα της δέσμης μήκους 1 m .

- 19) Δέσμη αρμονικού επίπεδου ΗΜ κύματος έχει τετραγωνική διατομή διαστάσεων d , διαδίδεται στο κενό και προσπίπτει συνεχώς σε τελείως ανακλαστική επιφάνεια υπό γωνία θ ως προς αυτή. Το κύμα έχει συχνότητα ω , πλάτος ηλεκτρικού πεδίου E_0 και είναι γραμμικά πολωμένο κάθετα στο επίπεδο του σχήματος.

- Δείξτε ότι το μαγνητικό πεδίο \mathbf{B} είναι κάθετο στη διεύθυνση του κυματοδιανύσματος \mathbf{k} . (5)
- Σχεδιάστε τα διανύσματα \mathbf{B} και \mathbf{E} κάποια χρονική στιγμή σε τυχόν μέτωπο των δύο δεσμών.
- Θεωρήστε την περιοχή $AB\Gamma$ όπου συνυπάρχουν οι δύο δέσμες. Βρείτε όλα τα σημεία του χώρου όπου μηδενίζεται διαρκώς το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο.



- 20) Περιθλαστικό φράγμα διάδοσης έχει απόσταση σχισμών f και εύρος κάθε σχισμής d . Αν $f=3d$ ή $f=5d$,

- Βρείτε ποιες τάξεις του φράγματος είναι ελλείπουσες.
- Αν $f=3d$, σχεδιάστε ποιοτικά την εικόνα της έντασης συναρτήσει του $d \sin\theta$, (όπου θ είναι η γωνία παρατήρησης ως προς την κάθετη στην επιφάνεια του φράγματος), υποδεικνύοντας το φαινόμενο της ελλείπουσας τάξης.
- Αν $f=3d$ και το φράγμα έχει 200 χαραγές ανά mm , να βρείτε αν υπάρχει 1° και 2° ελλείπουσα τάξη και σε ποιες γωνίες παρατηρείται, για μήκος κύματος $\lambda=1 \text{ }\mu\text{m}$.

21) Α) Έξι ευθύγραμμες κατακόρυφες ραδιοφωνικές κεραιές που έχουν κοινή γραμμή βάσης, διεγείρονται από τον ίδιο πομπό και εκπέμπουν ραδιοφωνικά κύματα μήκους κύματος λ . Οι διαδοχικές αποστάσεις των κεραιών είναι επίσης ίσες με λ .

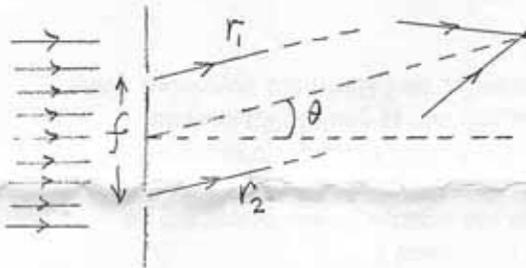
α) Ποιες είναι οι διευθύνσεις μέγιστης και ελάχιστης εκπομπής;

β) Αν I_0 είναι η ένταση του κύματος που εκπέμπει κάθε κεραιά, πόση είναι η ένταση του συνιστάμενου κύματος κατά τις διευθύνσεις των μεγίστων;

γ) Σχεδιάστε χονδρικά την γωνιακή κατανομή έντασης.

Β) Ένα πλήθος πανομοιότυπων ακτινοβολητών είναι διατεταγμένο σε σειρές και στήλες έτσι ώστε να σχηματίζεται ένα πλέγμα με μοναδιαία κυψελίδα τετράγωνο πλευράς d . Να δείξετε ότι όλη η ακτινοβολία από το πλέγμα στην κατεύθυνση θ θα είναι σε φάση σε μεγάλη απόσταση αν $\tan\theta = \pi/n$, όπου m και n ακέραιοι.

22) Το ηλεκτρικό πεδίο ενός γραμμικά πολωμένου ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται από την $E(x,t) = a_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t) + a_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t)$, περιέχει δηλαδή δύο αρμονικά κύματα με μήκη κύματος λ_1 και λ_2 . Το κύμα αυτό προσπίπτει κάθετα σε ένα αδιαφανές πέτασμα, που έχει ένα ζεύγος λεπτών παραλλήλων σχισμών, οι οποίες απέχουν απόσταση f πολύ μεγαλύτερη των λ_1 και λ_2 . Η διεύθυνση πόλωσης των δύο συνιστωσών του ηλεκτρικού πεδίου είναι παράλληλη προς την διεύθυνση των σχισμών.



Α) Αν $I_i(r, \theta)$ είναι η ένταση που οφείλεται σε κάθε συνιστώσα $i=1,2$, σε απόσταση $r_i \gg \lambda_i$ και $r_i \gg f$, βρείτε το λόγο των εντάσεων I_1/I_2 συναρτήσει της γωνίας θ , σε μία απόσταση από το πέτασμα πολύ μεγαλύτερη από τα f , λ_1 και λ_2 .

Β) Βρείτε για $a_1 = a_2 = a$, τις γωνίες στις οποίες έχουμε $I_1/I_2 = 2$, αν ισχύει επιπλέον $f \sin\theta / \lambda_i \ll 1$, $i=1,2$.

(Υπόδειξη: Υπολογίστε το E^2 και αναγνωρίστε τους όρους που συνεισφέρει κάθε μήκος κύματος στην

αντίστοιχη ένταση, αν υπήρχε μόνο αυτό. Εκφράστε κάθε ένταση συναρτήσει κάποιας διαφοράς φάσης που εξαρτάται από τη γωνία θ . Δεχθείτε το γεγονός ότι η συνεισφορά στη συνολική ένταση των όρων που εξαρτώνται από το γινόμενο των στιγμιαίων πλατών των κυμάτων με διαφορετικές συχνότητες έχει μέση χρονική τιμή μηδέν).