

**ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**Θέμα 1** (2.5 μονάδες) Οι βαθμοί σ' ένα διαγώνισμα αγγλικών που δίνεται σε όλο το νομό Αττικής ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσο 500 και τυπική απόκλιση 100.

- (α) Που ποσοστό των αποτελεσμάτων είναι μεταξύ 350 και 650;
- (β) Αν υποθέσουμε ότι ένας εξεταζόμενος αριστεύει αν η βαθμολογία του βρίσκεται στο άνω 10% των βαθμών, ποιά είναι η κατώτερη βαθμολογία που μπορεί να πάρει ένας εξεταζόμενος ώστε να συμπεριληφθεί στην ομάδα των αρίστων;
- (γ) Για 900 εξεταζόμενους, ποια η πιθανότητα του λάχιστον 70 να είναι άριστοι;
- (δ) Αν από 10 άτομα που έλαβαν μέρος στην εξέταση επιλεχθούν τυχαία τα τέσσερα, ποιά η πιθανότητα να έχουν αριστεύσει τα δύο από αυτά τα τέσσερα;

**Θέμα 2** (2.5 μονάδες) Τα ερωτήματα Α και Β δε σχετίζονται μεταξύ τους.

- (A) Να βρεθεί η σταθερά  $c$  εστι ώστε η συνάρτηση  $f(x) = c \cdot 2^{-|x|}$ ,  $x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  να είναι σ.μ.π. κάποιας τ.μ.  $X$ .
- (B) Εστω τ. μ.  $X$  που παίρνει τιμές 0, 1 και 2 με πιθανότητες  $1/3, 1/6$  και  $1/2$  αντίστοιχα.
- (i) Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τ. μ.  $X$  και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- (ii) Να βρεθεί η πιθανότητα  $P\left[\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right]$  και η πιθανότητα  $P[X = 2 | X \geq 1]$ .

**Θέμα 3** (2.5 μονάδες) (A) Εστω τυχαία μεταβλητή  $X$  με σ.π.π.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in R.$$

Ποια η κατανομή της τ.μ.  $Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$  και ποια η κατανομή της τ.μ.  $Y^2$ ;

(B) Εστω τυχαίο δείγμα  $X_1, \dots, X_n$  από την κατανομή της τ.μ.  $X$ .

- (i) Να βρεθεί ΕΜΠ γιά το  $\sigma^2$  όταν ο μέσος  $\mu$  θεωρηθεί γνωστός.
- (ii) Να βρεθεί ροποεκτική της ζεύγους  $(\mu, \sigma^2)$  όταν και τα δύο είναι άγνωστα.

**Θέμα 4.** (2.5 μονάδες)

Εξι άτομα ηλικίας 20 – 40 ετών και έξι άτομα ηλικίας 40 – 60 ετών επιλέγονται τυχαία γιά να μελετηθεί η αποτελεσματικότητα μίας νέας τηλεοπτικής διαφήμισης. Κάθε άτομο παρακολουθεί τη διαφήμιση και την βαθμολογεί μ' ένα βαθμό από το 1 έως το 5. Όσο ψηλότερη είναι η βαθμολογία τόσο πιο πιθανό είναι το άτομο να αγοράσει το προϊόν. Τα αποτελέσματα είναι:

Υπουργήφιοι αγοραστές 20 – 40 ετών: 5, 4, 2, 3, 5, 5

Υπουργήφιοι αγοραστές 40 – 60 ετών: 1, 4, 4, 2, 3, 4.

(α) Ο διευθυντής της διαφημιστικής εταιρείας πιστεύει ότι η καινούργια διαφήμιση θα είναι πιό αποτελεσματική με υπουργήφιους αγοραστές ηλικίας 20 – 40 ετών παρά με υπουργήφιους αγοραστές ηλικίας 40 – 60 ετών. Συμφωνείτε με βάση τα διαθέσιμα στοιχεία ( $\alpha = 5\%$ ); Υποθέστε ότι οι παρατηρήσεις ακολουθούν κανονική κατανομή με ίσες διασπορές.

(β) Να κατασκευασθεί ένα 90% Δ.Ε. γιά τη διασπορά των βαθμολογιών της πρώτης κατηγορίας υπουργήφιων αγοραστών.