

ΘΕΜΑ

Θεωρείστε την απεικόνιση

$$x_{n+1} = \begin{cases} rx_n, & 0 \leq x_n < \frac{1}{2} \\ r(1 - x_n), & \frac{1}{2} \leq x_n \leq 1 \end{cases}$$

Η παραπάνω απεικόνιση αποκαλείται απεικόνιση σκηνής (tent map).

1. Κατασκευάστε το διάγραμμα διακλάδωσης των λύσεων για τιμές του r μεταξύ 1 και 2 με βήμα 0.0025.

(α \square) Γράψτε τα αποτελέσματα σε ένα αρχείο που θα ονομάστε `resulttentmap.txt` και στο οποίο θα γράφετε σε κάθε επανάληψη αλλά **μόνο** τις τελευταίες 500 τιμές από τη σειρά της απεικόνισης με αυτή τη σειρά: α) την τιμή του r και β) την τιμή του x_n . (Για κάθε τιμή του r κάντε 2000 επαναλήψεις της απεικόνισης)

(β \square) Σχεδιάστε το διάγραμμα διακλάδωσης με το `gnuplot` και ονομάστε το αρχείο `figuretentmap.ps`.

2. Γράψτε πρόγραμμα για την επαναληπτική εύρεση των σημείων ισορροπίας της παραπάνω απεικόνισης με τη μέθοδο Newton-Raphson. Ξεκινήστε τη μέθοδο με αρχική εκτίμηση των λύσεων ισορροπίας $x = 0.7$.

(α \square) Βρείτε τα σημεία ισορροπίας με τη μέθοδο Newton-Raphson με σφάλμα σύγκλισης 1.0×10^{-6} για $r = 1.756$ και $r = 1.2$. Γράψτε σε ένα διαφορετικό αρχείο για κάθε τιμή του r (με τις ονομασίες `resnewton1.txt` και `resnewton2.txt` αντίστοιχα) ανα γραμμή τα εξής:

- i. Αριθμός επανάληψης της μεθόδου Newton-Raphson
- ii. Την τρέχουσα λύση κατά την τρέχουσα επανάληψη
- iii. Το σφάλμα κατά την τρέχουσα επανάληψη

(β \square) Χαρακτηρίστε κάθε σημείο ισορροπίας ως προς την ευστάθειά του.