

Σχολή Εφαρμοσμένων μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών.
Εξεταστική περίοδος Ιουνίου 2009.
Διδάσκων Κ.Φαράκος.

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΙΙ

Θέμα I. Ένα αγώγιμο άπειρο επίπεδο βρίσκεται σε δυναμικό μηδέν. Μία άπειρη ευθεία γραμμή με φορτίο λ ανά μονάδα μήκους είναι παράλληλη με το αγώγιμο επίπεδο και σε απόσταση d από αυτό ($\lambda > 0$).

- (α) Βρείτε το Ηλεκτρικό πεδίο E παντού στον χώρο.
(β) Χρησιμοποιώντας το ηλεκτρικό πεδίο βρείτε το δυναμικό V .
(γ) Βρείτε την επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ της αγώγιμης επιφάνειας.
(δ) Βρείτε την ισοδυναμική επιφάνεια με δυναμικό V_0 ($V_0 > 0$).
(Υπενθύμιση: η επιφάνεια με δυναμικό μηδέν για δύο ετερόσημα σημειακά φορτία είναι σφαιρική).

Θέμα II. (1) Επιφάνεια που φέρει επιφανειακό φορτίο σ χωρίζει δύο υλικά με ηλεκτρική διαπερατότητα ϵ_1 και ϵ_2 αντίστοιχα. Βρείτε την σχέση μεταξύ των ηλεκτρικών πεδίων από την μία και από την άλλη πλευρά της συνοριακής επιφάνειας.
(2) Θεωρήστε σφαίρα ακτίνας R με ηλεκτρική διαπερατότητα ϵ , στην επιφάνεια της οποίας υπάρχει επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

$$\sigma = \sigma_0 (\cos^2 \theta + \cos \theta - 1/3)$$

- (α) Να βρεθεί το δυναμικό μέσα και έξω από την σφαίρα.
(β) Βρείτε την πόλωση της σφαίρας και τα δέσμια φορτία.

Θέμα III. (1) Αποδείξτε την διαφορική εξίσωση $\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$ μεταξύ διανυσματικού δυναμικού A και ρεύματος J με την συνθήκη βαθμίδας $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$.

- (2) Σωληνοειδές απείρου μήκους, ακτίνας a , με n σπείρες ανά μονάδα μήκους, διαρρέεται από ρεύμα έντασης I .
(α) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο του σωληνοειδούς (θεωρήστε ότι το μαγνητικό πεδίο μηδενίζεται σε άπειρη απόσταση από το σωληνοειδές).
(β) Βρείτε το διανυσματικό δυναμικό του σωληνοειδούς.

Θέμα IV. (1) Επιφάνεια που φέρει επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος K χωρίζει δύο υλικά με μαγνητική διαπερατότητα μ_1 και μ_2 αντίστοιχα. Βρείτε την σχέση μεταξύ των μαγνητικών πεδίων από την μία και από την άλλη πλευρά της συνοριακής επιφάνειας.

- (2) Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο χαρακτηρίζεται από τα δυναμικά $V=0$ και

$$\vec{A} = \begin{cases} \frac{\mu_0 \alpha}{4c} (ct - |x|)^2 \hat{z}, & |x| < ct \\ 0, & |x| > ct \end{cases} \quad \text{όπου} \quad c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} .$$

Βρείτε το Ηλεκτρικό και το Μαγνητικό πεδίο και τις κατανομές φορτίου και ρεύματος που τα δημιουργούν.

- (3) Χρησιμοποιώντας τις κατανομές φορτίου και ρεύματος από το προηγούμενο ερώτημα βρείτε το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο στην ημιστατική προσέγγιση.