



**Επαναληπτική εξέταση του μαθήματος «Θεωρία Ομάδων στη Φυσική»
ΣΕΜΦΕ**

Ημερ: Αθήνα 23 Οκτωβρίου 2007

Διάρκεια : 2½ ώρες

Διδάσκων : Ε. Λιαροκάπης

Τα θέματα θεωρούνται βαθμολογικά ισοδύναμα. Δεν επιτρέπονται σημειώσεις, βιβλία και κινητά τηλέφωνα.

Θέμα 1º : (Α) Δείξτε ότι μια ομάδα, της οποίας όλα τα στοιχεία (εκτός του ταυτοτικού) είναι 2^{ας} τάξης, είναι αβελιανή. (Β) Δείξτε ότι μια ομάδα με 6 στοιχεία είναι είτε μια αβελιανή ομάδα είτε μια μη-αβελιανή με ένα στοιχείο 3^{ης} τάξης.

Θέμα 2º : Δείξτε ότι ο διανυσματικός χώρος των συναρτήσεων $\{x^4, x^3y, x^2y^2, xy^3, y^4\}$ δημιουργεί μια αναπαράσταση της ομάδας D_3 . Αποδείξτε ότι η αναπαράσταση αυτή είναι αναγώγιμη και βρείτε πως ανάγεται στις μη-αναγώγιμες αναπαραστάσεις. Τέλος προτείνετε συνδυασμούς αυτών των συναρτήσεων που μετασχηματίζονται όπως οι μονοδιάστατες μη-αναγώγιμες αναπαραστάσεις της ομάδας στις οποίες ανάγεται.

Θέμα 3º : Βρείτε πως αναλύονται οι στιβάδες με συνολική στροφορμή (Α) $L=4$ και (Β) $L=5$ ενός ελεύθερου ατόμου, όταν βρίσκονται σε κρύσταλλο με οκταεδρική συμμετρία Ο. (Γ) Πώς αναλύονται περαιτέρω οι επί μέρους στιβάδες αν υπάρξει μείωση της συμμετρίας σε τριγωνική (ομάδα D_3);

Θέμα 4º : Διατυπώστε τους κανόνες επιλογής για τις μεταπτώσεις που οφείλονται (Α) στην ηλεκτρική διπολική ροπή (διάνυσμα er) και (Β) την μαγνητική διπολική ροπή (μετασχηματίζεται όπως η στροφορμή), ανάμεσα σε στιβάδες που περιγράφονται με την ομάδα συμμετρίας C_{3v} .

Δίνονται οι πίνακες χαρακτήρων των ομάδων Ο, C_{3v} και D_3 :

O	e	8c ₃	3c ₂	6c ₂	6c ₄
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
E	2	-1	2	0	0
T_1	3	0	-1	-1	1
T_2	3	0	-1	1	-1

C_{3v}, D_3	e	2c ₃	$3\sigma_v, 3c_2$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
E	2	-1	0