

**ΤΜΗΜΑ: ΕΜΦΕ****ΕΞΑΜΗΝΟ: 4ο****ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

1. A) Έστω τ.δ.  $x_1, \dots, x_n$  από πληθυσμό  $X \approx f(x, \theta) = \frac{2\theta x}{(1+x^2)^{\theta+1}}$ ,  $\chi > 0$  όπου  $\theta$

θετική άγνωστη παράμετρος

a) Να βρείτε την ε.μ.π. της παραμέτρου  $\theta$  και της  $1/\theta$ .

b) Να δείξετε ότι η ε.μ.π. της  $\theta$  είναι επαρκής για την  $\theta$ .

B) Έστω ότι η κατανομή  $p(\chi, \theta)$  ανήκει στην μονοπαραμετρική εκθετική οικογένεια δηλ.  $p(\chi, \theta) = \exp\{h(\chi) + g(\theta) + c(\theta)d(\chi)\}$ .

Να δείξετε ότι η σ.σ.  $T = \sum d(x_i)$  είναι επαρκής για την  $\theta$ .



2. Έστω τ.δ.  $x_1, \dots, x_n$  από πληθυσμό  $X \approx U(\theta - 3, \theta + 3)$ . Να κατασκευάσετε προσεγγιστικό δ.ε. της παραμέτρου  $\theta$  βαθμού εμπιστοσύνης  $\gamma=1-\alpha$ .

Αριθμητική εφαρμογή:  $n = 100$ ,  $T = \sum x_i = 1000$ ,  $\gamma=0.95$

- j 3. Επτά μηχανές του αυτού τύπου τροφοδοτούνται κατ' αρχήν με απλό κανάλι και κατόπιν με βελτιωμένο. Η αποδιδόμενη πριν και μετά ισχύς φαίνεται παρακάτω

Πριν: 100 97 105 112 109 103 109

Μετά: 101 100 110 112 113 105 110

a) Να βρείτε Δ.Ε. της  $\mu - \mu_2$  ( $\gamma=0.95$ )

β) Να ελεγχείτε την υπόθεση  $H_0: \mu_1 + 2 \geq \mu_2$  κατά  $\alpha = 0.05$ .

4. A). Για τον προσδιορισμό του συντελεστή θερμικής διαστολής του νικελίου έγιναν 25 μετρήσεις και έδωσαν  $\bar{x} = 12.81$  και  $s=0.04$ . Να βρείτε Δ.Ε. του συντελεστή θερμικής διαστολής ( $\gamma=0.95$ ), (Κανονικός πληθυσμός).

B) Έστω τ.δ.  $X_1, \dots, X_n$  από το μοντέλο  $X \approx U(\theta, \theta+1)$ , όπου  $\theta > 0$  άγνωστη

παράμετρος. Βρείτε την κατανομή της σ.σ.  $\sum_{i=1}^n (-2 \ln(X_i - \theta))$  και

κατασκευάστε Δ.Ε. της παραμέτρου  $\theta$ , βαθμού  $\gamma=1-\alpha$ .