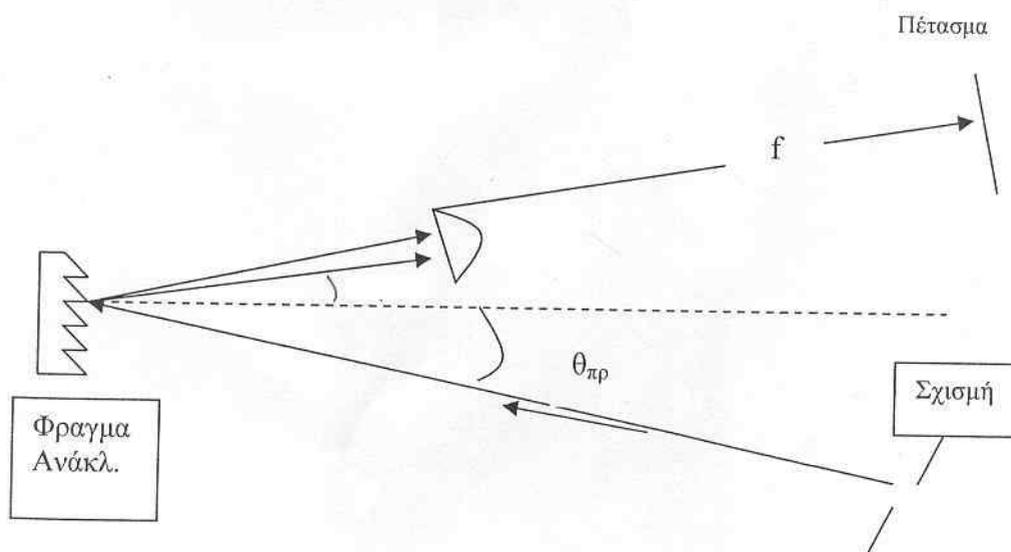


1. (30 μον.) Δύο σωματίδια με σπίν $s_1=3/2$ και $s_2=5/2$, τα οποία αλληλεπιδρούν σύμφωνα με την Χαμιλτονιανή $H = A\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$. Να υπολογίσετε το σύνολο των ενεργειακών τιμών του συστήματος και να βρείτε το βαθμό εκφυλισμού κάθε ενεργειακής στάθμης.

2. (30 μον.) (α) Εξηγήστε αναλυτικά πως με τη μέθοδο των μεταβολών μπορούμε να προσδιορίσουμε προσεγγιστικά την ενεργειακή στάθμη χαμηλότερης ενέργειας σε ένα ατομικό σύστημα (10 μον). (β) Εφαρμόστε τη μέθοδο αυτή για να βρείτε προσεγγιστικά την χαμηλότερη ενέργεια σε ένα κβαντικό αρμονικό ταλαντώτη, επιλέγοντας πρώτα δοκιμαστική κυματοσυνάρτηση την $\psi(x, \lambda) = Ne^{-\lambda x^2/2}$. (20 μον.)

3. (30 μον.) Σε ένα φασματόμετρο εισέρχεται από μία σχισμή εισόδου ακτινοβολία μιάς πηγής μήκους κύματος λ . (α) Να βρείτε τη γωνιακή απόσταση των περιθλωμένων ακτίνων μιάς διάδας γραμμών που απέχουν κατά $\Delta\lambda$, αν η γωνία πρόσπτωσης στο φράγμα ανάκλασης του σχήματος είναι 30° και στο φράγμα έχουμε 1800 γραμμές ανά mm. Δηλαδή βρείτε την έκφραση $\Delta\theta_{\text{περιθλ.}} = F(\lambda, \Delta\lambda, \theta_{\text{προσπ.}})$.

Θα πρέπει να βρείτε προς τούτο και τις επιτρεπόμενες τιμές του m, δηλαδή της τάξης κροσσού. (β) Εφαρμόσετε το αποτέλεσμα για την διπλή γραμμή του Νατρίου, στα 577 και 577.7 nm, καθώς και για την διπλή γραμμή του Υδραργύρου στα 576 και 578 nm. Δεχόμενοι ότι οι δύο γραμμές της δυάδας εστιάζονται με φακό εστιακής απόστασης 50 cm, βρείτε την απόσταση των δύο γραμμών σε ένα πέτασμα που τοποθετείται στο εστιακό επίπεδο του φακού ή σε ένα φωτογραφικό φιλμ. Σχολιάστε αν μπορούν να παρατηρηθούν με ευκρίνεια.



4. (30 μον.) (α) Κατά την αλληλεπίδραση ενός ηλεκτρονίου με ηλεκτρομαγνητικό πεδίο (στατικό), η Χαμιλτονιανή μπορεί να γραφεί:

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\phi$$

εφόσον το σωματίδιο δεν έχει σπιν. (α) Αν έχουμε υδρογονοειδές άτομο, η αλληλεπίδραση του ΗΜ πεδίου με τον πυρήνα μπορεί να αμεληθεί σε πρώτη προσέγγιση. Να γράψετε την μορφή που παίρνει η εξίσωση του Schrödinger σε ένα δυναμικό Coulomb. Να δείξετε τότε ότι, αν $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, θα είναι:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r,t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{(4\pi\epsilon_0)r} - \frac{i\hbar e}{m} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + \frac{e^2}{2m} \vec{A}^2 \right] \psi(r,t)$$

(β) Δεχόμενοι ότι αμελώντας τον όρο με συντελεστή \vec{A}^2 , προκύπτει τελικά η εξίσωση Schrödinger:

$$[(\vec{p}^2 / 2\mu) - (q / 2\mu c) \vec{B} \cdot \vec{L} + V(r)] \psi(r) = E \psi(r)$$

τότε να γράψετε για ένα ομογενές πεδίο B, παράλληλο προς τον άξονα των z την αξιωματική εξάρτηση των ιδιοσυναρτήσεων. (γ) Να βρείτε την έκφραση των ενεργειακών σταθμών E_l μετά την εφαρμογή του μαγνητικού πεδίου (αν πριν την εφαρμογή του έχουν ιδιοτιμή E).

(δ) Σχεδιάστε τα ενεργειακά επίπεδα που προκύπτουν από ένα ζεύγος σταθμών $l=3$ και $l=2$ λόγω του φαινομένου Zeeman. Εξηγήστε γιατί, λόγω των γνωστών κανόνων επιλογής, η αρχική φασματική γραμμή εμφανίζεται τριπλή (15 μον).