ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

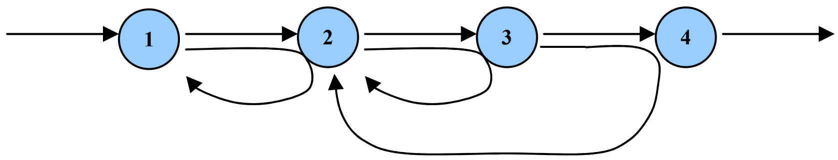
Ιανουάριος 2009

ΜΑΘΗΜΑ: Εισαγωγή στα Δίκτυα Επικοινωνιών

Ασκήσεις Σειρά 3 --ΕΠΙΔΟΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1.

Αποστέλλονται πακέτα μέσου μήκους 1000 bytes από τον κόμβο #1 στον κόμβο #4 μέσω των κόμβων #2 και #3 σε σειρά, όπως φαίνεται στο σχήμα, με τη μέθοδο store-and-forward. Οι ταχύτητες εκπομπής των συνδέσμων 1→2, 2→3, 3→4 είναι 32 Kbps, 64 Kbps και 128 Kbps, με πιθανότητα αποτυχημένης εκπομπής 10^{-2}, 10^{-1} και 10^{-1}, αντίστοιχα. Σε περίπτωση αποτυχημένης εκπομπής, οι κόμβοι #2 και #3 ζητούν επανεκπομπή πακέτου από τον αμέσως προηγούμενό τους κόμβο, ενώ ο τελικός κόμβος #4 από τον κόμβο #2. Αν ο μέσος χρόνος ελέγχου και (αρνητικής) επιβεβαίωσης λήψης είναι 10 ms ανά σύνδεσμο και με την υπόθεση μηδενικού χρόνου αναμονής στους κόμβους, να βρεθεί ο μέσος χρόνος αποστολής πακέτων από τον κόμβο #1 στον #4.



ΑΣΚΗΣΗ 2.

Τηλεφωνικό κέντρο διαθέτει 6 γραμμές εξόδου προς ένα συγκεκριμένο προορισμό, χωρίς δυνατότητα αναμονής κλήσεων.

a) Να γίνει το διάγραμμα καταστάσεων (state diagram) και να γραφούν οι εξισώσεις ισορροπίας (balance equations)

b) Να βρεθεί η πιθανότητα φραγής κλήσης για ρυθμό αφίξεων λ= 2 κλήσεις/λεπτό προς το συγκεκριμένο προορισμό και μέση διάρκεια κλήσης 2 λεπτά.

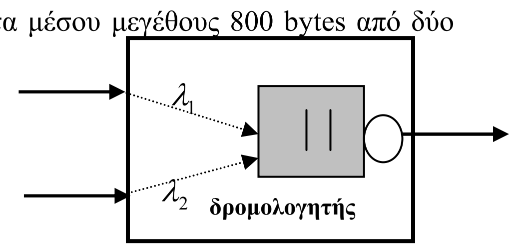
ΑΣΚΗΣΗ 3.

Σε τηλεφωνικό κέντρο φθάνουν κλήσεις προς ένα συγκεκριμένο προορισμό με ρυθμό λ= 2 κλήσεις/λεπτό και μέση διάρκεια κλήσης 3 λεπτά. Δεν υπάρχει δυνατότητα αναμονής.

a) Να σχεδιαστεί η καμπύλη της πιθανότητας φραγής κλήσης συναρτήσει του αριθμού γραμμών προς το συγκεκριμένο προορισμό.
b) Με τη βοήθεια της καμπύλης αυτής να βρεθεί η πιθανότητα φραγής όταν διατίθενται 10 γραμμές.
c) Αντίστροφα, να βρεθεί ο αριθμός των γραμμών εξόδου έτσι ώστε η πιθανότητα φραγής κλήσης να είναι μικρότερη του 10^{-2}

ΑΣΚΗΣΗ 4.

Στην πόρτα εξόδου ενός δρομολογητή φθάνουν πακέτα μέσου μεγέθους 800 bytes από δύο θύρες εισόδου, όπως στο σχήμα. Μετράμε τους μέσους ρυθμούς αφίξεων από τις δύο θύρες και βρίσκουμε $\lambda_1 = 30$ και $\lambda_2 = 60$ (πακέτα/sec) αντίστοιχα.



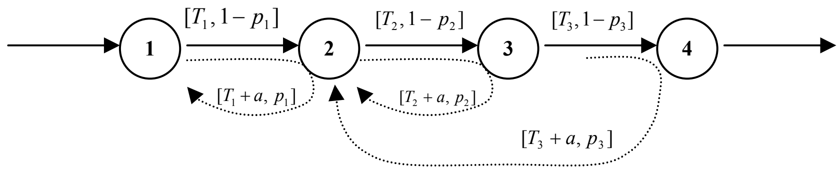
i. Αν ο μέσος αριθμός πακέτων σε αναμονή στη θύρα εξόδου είναι 4.5 (συμπεριλαμβανομένου του πακέτου υπό μετάδοση), ποιός είναι ο μέσος χρόνος διέλευσης δια της θύρας αυτής;

ii. Διαπιστώνουμε ότι οι αφίξεις είναι Poisson και το μέγεθος των πακέτων εκθετικά κατανεμημένο. Σε ποιά ταχύτητα πρέπει να ρυθμιστεί η γραμμή εξόδου ώστε ο μέσος χρόνος διέλευσης δια του κόμβου να είναι100 ms;

iii. Με τα δεδομένα του ερωτήματος 2, ποια είναι η πιθανότητα να είναι περισσότερα από 3 πακέτα στο σύστημα (2 σε αναμονή);

ΛΥΣΕΙΣ

1.



Από το παραπάνω διάγραμμα καταστάσεων, με τους χρόνους και τις πιθανότητες μετάβασης σημειωμένους στα αντίστοιχα βέλη, καταστρώνουμε τις εξισώσεις για τους μέσους χρόνους:

$$\overline{T}_{14} = p_1[T_1 + a + \overline{T}_{14}] + (1 - p_1)[T_1 + \overline{T}_{24}] \qquad (1)$$
$$\overline{T}_{24} = p_2[T_2 + a + \overline{T}_{24}] + (1 - p_2)[T_2 + \overline{T}_{34}] \qquad (2)$$
$$\overline{T}_{34} = p_3[T_3 + 2a + \overline{T}_{24}] + (1 - p_3)T_3 \qquad (3)$$

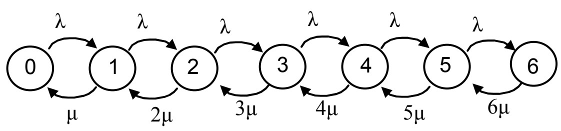
τις οποίες μπορούμε να λύσουμε ως προς τους αγνώστους, μεταξύ των οποίων και ο ζητούμενος χρόνος $\overline{T}_{14}$.

Από τα δεδομένα του προβλήματος είναι:

$$p_1 = 10^{-2}, \quad p_2 = p_3 = 10^{-1}, \qquad a = 0.01 \text{ sec}$$
$$T_1 = \frac{1000x8 \; bits}{32x10^3 \; bps} = 0.25 \text{ sec}, \quad T_2 = \frac{T_1}{2} = 0.125 \text{ sec}, \quad T_3 = \frac{T_1}{4} = 0.0625 \text{ sec}$$

(3)→(2) ➔ $\overline{T}_{24}$ → (1) ➔ $\overline{T}_{14}$=0.4798 sec

2 . a) <u>Διάγραμμα καταστάσεων</u>



<u>Εξισώσεις ισορροπίας</u>

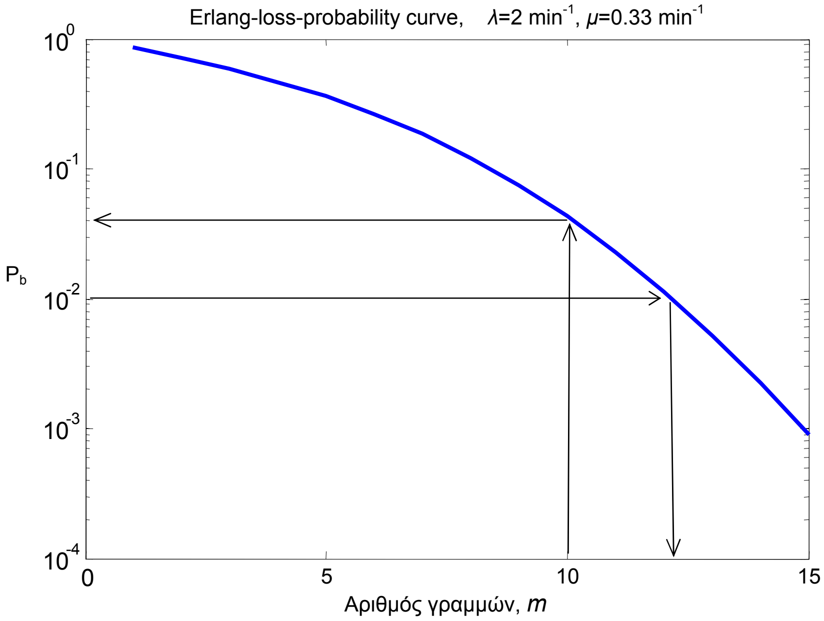
$$\begin{cases} p_1 = p_0 \dfrac{\lambda}{\mu}, \quad p_2 = p_1 \dfrac{\lambda}{2\mu} = p_0 \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^2, \quad \cdots \; p_6 = p_5 \dfrac{\lambda}{6\mu} = p_0 \dfrac{1}{6!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^6 \\ \displaystyle\sum_{n=0}^{6} p_n = 1 \end{cases} \qquad (2.1)$$

$$\Rightarrow \quad p_0 = \frac{1}{\displaystyle\sum_{i=0}^{6}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \frac{1}{i!}}, \qquad p_n = \frac{\dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n}{\displaystyle\sum_{i=0}^{6}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \frac{1}{i!}} \qquad (2.2)$$

a) λ=2 , μ=1/2 → λ/μ=4 & $p_{\varphi\rho\alpha\gamma\acute{\eta}\varsigma} = p_6 \underset{(2.2)}{=} 0.117$

3.

a)



b) Για m=10 η καμπύλη δίνει: $P_b \approx 0.04$ (να επαληθευθεί με εφαρμογή της (2.2)).

c) Το μικρότερο ακέραιο m που ικανοποιεί τη σχέση $P_b<10^{-2}$ είναι το $m_{\min}=13$.

4.

Ο συνολικός μέσος ρυθμός αφίξεων στο δρομολογητή ισούται με το άθροισμα των ρυθμών από τις δύο γραμμές εισόδου: $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 90\ \pi./\sec$

(i) Από τον τύπο του Little έχουμε: $\overline{T} = \dfrac{\overline{N}}{\lambda} = \dfrac{4.5\ \pi.}{90\ \pi./\sec} = 50\ m\sec$

Τα παραπάνω ισχύουν ανεξαρτήτως τύπου αφίξεων και κατανομής μήκους πακέτων.

(ii) Για αφίξεις Poisson και εκθετικά κατανεμημένο μέγεθος πακέτων έχουμε αναμονητικό σύστημα M/M/1. Οπότε:

$$\overline{T} = \frac{1}{\mu-\lambda} \Rightarrow \mu = \frac{1}{\overline{T}} + \lambda. \quad \text{Για } \overline{T} = 100\ m\sec \text{ παίρνουμε } \mu = 100\,\pi./\sec \qquad (4.1)$$

Εξ άλλου $\mu = \dfrac{R}{L}$ (4.2),

όπου R η ταχύτητα της γραμμής εξόδου (σε bits/sec) και

L το μέσο μήκος των πακέτων (σε bits) .

Συνδυάζοντας τις (4.1) και (4.2) παίρνουμε $R=\mu L$= 100π./sec x (800x8)bits/π. = 640Kbps.

(iii) $\Pr\{n>3\} = \sum_{n=4}^{\infty} p_n = \sum_{n=4}^{\infty}(1-\rho)\rho^n = (1-\rho)\rho^4\sum_{n=0}^{\infty}\rho^n = \rho^4$, με $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} = 0.9$.

Οπότε $\Pr\{n>3\} = 0.9^4 = 0.6561$.