



**ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ-II**  
**των σπουδαστών της Σχολής ΕΜΦΕ**

Τετάρτη, 30 Ιουνίου 2010, ώρα 08:30

Οδηγίες προς τους εξεταζομένους:

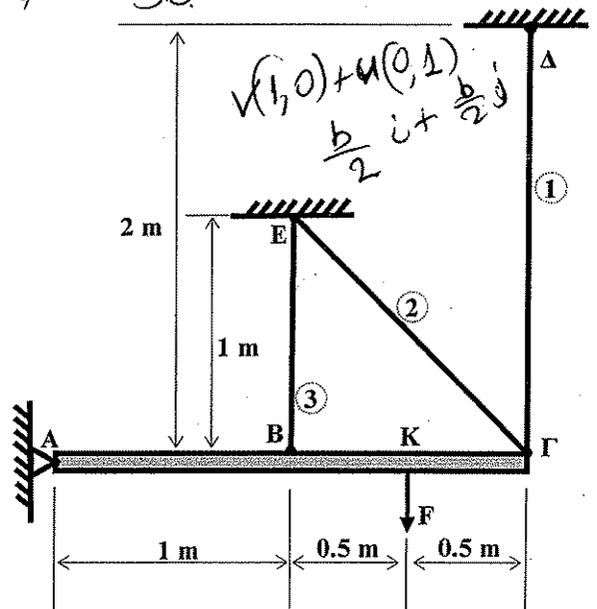
- Το φύλλο εξετάσεων απαρτίζεται από δύο μέρη. Το Μέρος Α' περιέχει τρία ζητήματα και το Μέρος Β' περιέχει δύο ζητήματα. Απαντήστε και στα τρία ζητήματα (1, 2 και 3) του Μέρους Α' και επιλέξτε ένα εκ των ζητημάτων (4 ή 5) του Μέρους Β'.
- Η διάρκεια της εξέτασης είναι τρεις (3) ώρες.
- Τα ζητήματα και οι ερωτήσεις κάθε ζητήματος δεν είναι ισοδύναμα ως προς τη βαθμολογία. Η βαθμολογία κάθε ζητήματος αναγράφεται στην αντίστοιχη εκφώνηση.
- Να απαντάτε αποκλειστικά και μόνον σε ό,τι ζητείται, δικαιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας. Αδικοιολόγητες απαντήσεις δεν λαμβάνονται υπόψη και δημιουργούν αρνητική εικόνα κατά τη βαθμολόγηση του γραπτού.
- Η βαθμολογία είναι συνάρτηση της συνολικής εικόνας του γραπτού.

**ΜΕΡΟΣ Α'**

**ΖΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup>** (28 μονάδες)

Η αρθρωμένη στο Α απολύτως άκαμπτη και αβαρής δοκός ΑΒΓ στηρίζεται οριζόντια με τη βοήθεια τριών ράβδων (1), (2) και (3). Οι ράβδοι (1) και (3) είναι κατακόρυφες (Σχ. 1). Όλες οι ράβδοι είναι αφόρτιστες όταν η δοκός είναι οριζόντια. Το υλικό των ράβδων είναι γραμμικώς ελαστικό - απολύτως πλαστικό μέτρου ελαστικότητας  $E=180 \text{ GPa}$ . Η τάση διαρροής των ράβδων (1) και (2) είναι  $\sigma_{y1,2}=180 \text{ MPa}$  ενώ της ράβδου (3) είναι  $\sigma_{y,3}=270 \text{ MPa}$ . Τα εμβαδά των εγκάρσιων διατομών των ράβδων είναι  $A_1=A_2=40 \text{ mm}^2$  και  $A_3=30 \text{ mm}^2$ . Στο σημείο Κ ασκείται κατακόρυφη δύναμη F.

- Να υπολογιστεί η τιμή  $F_a$  της F που θα προκαλέσει την πρώτη αστοχία κάποιας ή κάποιων εκ των τριών ράβδων.
- Να υπολογιστεί η τιμή  $F_k$  της F που θα προκαλέσει αστοχία όλων των ράβδων της διάταξης (κατάρρευση).
- Ποια η θέση της ράβδου ΑΒΓ τη στιγμή της κατάρρευσης και πόση η συνολικός δαπανηθείσα ενέργεια;



Σχήμα 1

**ΖΗΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup>** (25 μονάδες)

Ο τανυστής των παραμορφώσεων σε σώμα υπό επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση δίνεται ως:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} bx + ay^2 & 2axy + \frac{c}{2}x + \frac{e}{2}y \\ 2axy + \frac{c}{2}x + \frac{e}{2}y & ax^2 + by \end{bmatrix}, \quad i, j = x, y$$

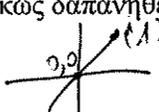
όπου a, b, c, e δεδομένες σταθερές. Γνωρίζοντας ότι:  $v(0,0)=0$ ,  $v(0,0)=0$  και  $v(0,1)=0$ , να ευρεθούν συναρτήσεις των a, b, c, e και μόνον:

- Το πεδίο των μετατοπίσεων  $\bar{u}(x, y) = v(x, y)\bar{i} + v(x, y)\bar{j}$ .
- Η μεταβολή μήκους γραμμικού στοιχείου ΟΑ με  $O(0,0)$  και  $A(1,1)$ .
- Η μεταβολή αρχικώς ορθής γωνίας  $\alpha (x'By')$  με  $B(1,2)$ . Ο άξονας  $Bx'$  σχηματίζει με τον άξονα  $Ox$  γωνία  $45^\circ$ .

$x+y = 2A'$

$N_1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_3 \cdot 1}{30}$

$N_1 = \frac{4}{3} N_3$



$y = \lambda x + b$   
 $\downarrow = a + b$   
 $0 = 0 + b$   
 $N_1 = \frac{2}{3}$

$y = x$

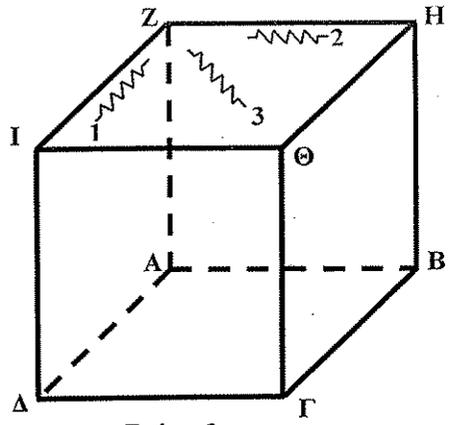
$\int_0^1 \int_0^1 (bx + ay^2) dx dy = \frac{bx^2}{2} + \frac{ay^3}{3} \Big|_0^1 \Big|_0^1 = \frac{b}{2} + \frac{a}{3}$

$\frac{b}{2} + \frac{a}{3}$

$$\frac{(180 \cdot 40 \cdot 10^3) \left(12 - \frac{3}{4}\right)}{3 \cdot 1593,6 \cdot 10^5} \rightarrow 0,664$$

**ΖΗΤΗΜΑ 3° (27 μονάδες)**

Για δεδομένη φόρτιση οι ενδείξεις τριών μηκυνσιομέτρων (1), (2), (3), επικολλημένων στην άνω έδρα του κύβου του Σχ.3, κατά μήκος των ακμών ΖΙ, ΖΗ και της διαγωνίου ΖΘ, αντίστοιχα, είναι:  $\epsilon_1=5 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_2=2 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_3=10^{-4}$ . Η ορθή τάση που ασκείται στην έδρα ΖΗΘΙ είναι  $-100 \text{ MPa}$ . Δίνεται επίσης ότι οι γωνίες  $\angle(\Delta AZ)$  και  $\angle(BAZ)$  δεν μεταβλήθηκαν. Θεωρώντας την εντατική κατάσταση ομογενή και γνωρίζοντας ότι  $E=200 \text{ GPa}$  και  $\nu=0.3$ :



Σχήμα 3

- α. Να ευρεθούν οι τανυστές τάσεων και παραμορφώσεων.
- β. Να ευρεθούν οι κύριες τάσεις.
- γ. Να ελεγχθεί η ασφάλεια του σώματος αν η τάση διαρροής είναι  $175 \text{ MPa}$ .

$$1000 \pm 213444 + 148225$$

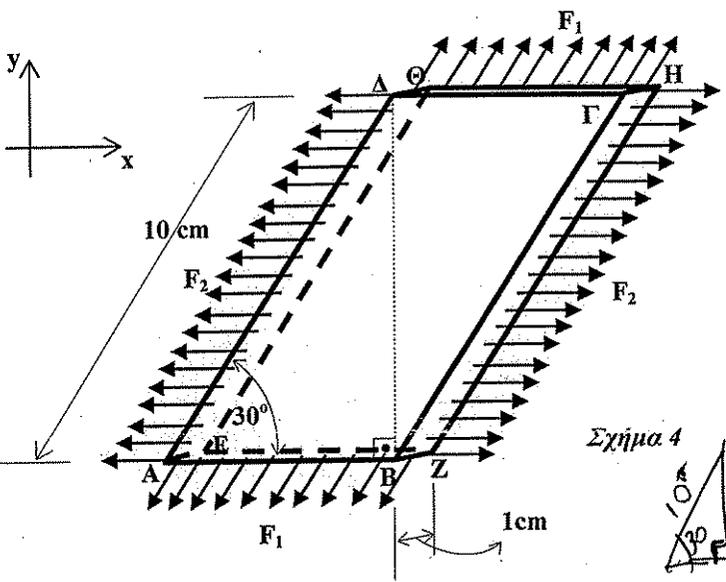
$$1000 \pm 601$$

$$1601, 399$$

**ΜΕΡΟΣ Β'**

**ΖΗΤΗΜΑ 4° (20 μονάδες)**

Το παραλληλεπίπεδο του Σχ.4 έχει  $AD=10 \text{ cm}$ ,  $AE=1 \text{ cm}$  και η διαγώνιος ΒΔ της έδρας ΑΒΓΔ είναι κάθετη στην ακμή ΑΒ (Σχ.4). Το πρίσμα φορτίζεται με δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$ , ομοιόμορφα κατανεμημένες στις αντίστοιχες έδρες, παράλληλες με τις ακμές ΑΔ και ΑΒ αντίστοιχα. Οι συνισταμένες των δυνάμεων αυτών, μέτρων  $F_1=2 \text{ kN}$ , και  $F_2=1 \text{ kN}$ , διέρχονται από το κέντρο βάρους του πρίσματος.



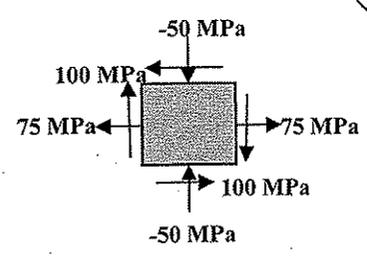
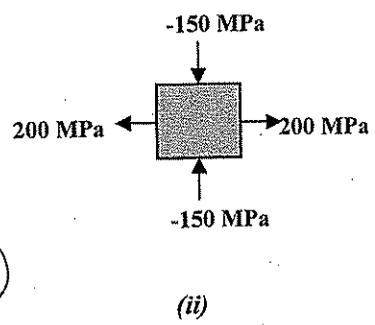
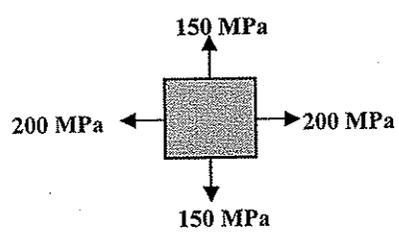
Σχήμα 4

- α. Να ευρεθεί ο τανυστής των τάσεων στο σύστημα (x,y).
- β. Να εκτιμηθούν γραφικώς οι κύριες και η μέγιστη διατμητική τάσεις και οι διευθύνσεις τους.

**ΖΗΤΗΜΑ 5° (20 μονάδες)**

Το ευρύτερα ίσως χρησιμοποιούμενο σήμερα κριτήριο αστοχίας είναι το κριτήριο που διατύπωσε ο von Mises.

- α. Διατυπώστε το κριτήριο και δώστε τη φυσική ερμηνεία του.
- β. Ποια είναι η μορφή του τόπου αστοχίας σε τρισδιάστατη εντατική κατάσταση και πως εκφυλίζεται στην περίπτωση επίπεδης εντατικής κατάστασης;
- γ. Ποια είναι κατά τη γνώμη σας τα πλέον ασθενή σημεία της θεμελίωσης του κριτηρίου;
- δ. Αποδείξτε τη σχέση που συνδέει την τάση διαρροής σε μονο-αξονικό εφελκυσμό με την τάση διαρροής σε καθαρή στρέψη σύμφωνα με το κριτήριο Mises.
- ε. Η τάση διαρροής σε στρέψη όλκιμου μεταλλικού υλικού είναι  $127 \text{ MPa}$ . Να σχεδιασθεί ο τόπος αστοχίας του υλικού για συνθήκες επίπεδης έντασης (plane stress) και να ελεγχθεί γραφικά με τη βοήθεια του τόπου αυτού αν το συγκεκριμένο υλικό μπορεί να δεχθεί χωρίς να αστοχήσει τις φορτίσεις που φαίνονται στα Σχ.5(i,ii,iii).



$$1,8 \cdot 10^6$$

$$1,8 \cdot 10^6$$

$$13,55$$

$$2391$$

$$2\sigma'xy + \sigma xy$$

Σχήμα 5