

**ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ**  
**ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 2008-09**  
**Ημιαγωγοί και Ημιαγώγιμες Δομές (7<sup>ο</sup> Εξάμηνο Σπουδών)**

Συνολική Διάρκεια εξέτασης 2,5 ώρες

Δ. Παπαδημητρίου, I. Σ. Ράπτης

Επιτρέπεται μόνο η χρήση του φυλλαδίου με τις βασικές σχέσεις, που αφορούν το πρώτο μέρος του μαθήματος, και το οποίο διανέμεται μαζί με τα θέματα

**Θέμα 1.** Ημιαγώγιμο υλικό κυβικής συμμετρίας, έχει μέγιστο της ζώνης σθένους στο κέντρο ( $\Gamma$ ) της ζώνης Brillouin,  $\vec{k} = (0, 0, 0)$ , με τιμή (κατά σύμβαση)  $E_{V,\max} = 0$ . Η ζώνη αγωγιμότητας του ίδιου υλικού παρουσιάζει δύο ελάχιστα. Το ένα βρίσκεται στο σημείο  $\Gamma$ , [ $\vec{k} = (0, 0, 0)$ ], με τιμή  $E_{C,\Gamma} = 1.0 \text{ eV}$ , και το δεύτερο βρίσκεται ακριβώς στο όριο της 1<sup>ης</sup> ζώνης Brillouin, στο σημείο  $X$ , [ $\vec{k} = (1, 0, 0) \frac{2\pi}{a}$ ], (όπου  $a$ , η πλεγματική σταθερά του υλικού), με τιμή  $E_{C,X} = 1.05 \text{ eV}$ . Οι τιμές ενεργών μαζών για τα δύο ελάχιστα είναι,  $m_{\Gamma}^* = 0.85m_0$ ,  $m_{X,1}^* = 0.40m_0$ ,  $m_{X,2}^* = 0.45m_0$ , ενώ η ενεργός μάζα πυκνότητας καταστάσεων της στάθμης σθένους είναι  $m_{p,Dos}^* = 0.80m_0$ .

(a) Να υπολογιστούν οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων στα σημεία  $\Gamma$  και  $X$  της ζώνης αγωγιμότητας.

(b) Να υπολογιστούν οι ενεργές πυκνότητες καταστάσεων στα σημεία  $\Gamma$  και  $X$  της ζώνης αγωγιμότητας.

(c) Με βάση τη συνθήκη ουδετερότητας του συστήματος, να υπολογιστεί η στάθμη Fermi, σε θερμοκρασία δωματίου, λαμβάνοντας υπόψη και τα δύο ελάχιστα της ζώνης αγωγιμότητας, λόγω της μικρής ενεργειακής τους διαφοράς.

(d) Να υπολογιστεί η συγκέντρωση ενδογενών ηλεκτρονίων, σε θερμοκρασία δωματίου, και ο επιμερισμός της στα δύο ελάχιστα των σημείων  $\Gamma$  και  $X$ .

(e) Αν υποθέσουμε ότι τα ακρότατα έχουν την ίδια θερμική παράγωγο  $(dE/dT)$ , να υπολογιστεί η θερμοκρασία κατά την οποία οι συγκέντρωση ενδογενών ηλεκτρονίων στα δύο ελάχιστα  $\Gamma$  και  $X$  είναι ίδια, αν αυτό είναι δυνατόν.

**Θέμα 2.** Ημιαγώγος, με ενεργειακό χάσμα  $1.5 \text{ eV}$ , ενεργό μάζα ηλεκτρονίων  $m_e^* = 0.8m_0$ , ενεργό μάζα οπών  $m_h^* = 0.5m_0$ , και σχετική διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon_r = 12$ , έχει εμπλουτισθεί, ανομοιογενώς, με προσμίξεις τύπου «Δότες». (a) Να υπολογίσετε την ενεργειακή διαφορά του ελαχίστου της ζώνης αγωγιμότητας από την ενδοχασματική ενεργειακή κατάσταση των δοτών. (b) Να υποθέσετε ότι οι προσμίξεις κατανέμονται κατά βάθος ( $x$ ) με συγκέντρωση  $N(x) = N_0 e^{(-ax)}$ , όπου  $N_0 = 1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , και  $a = 4(\mu\text{m})^{-1}$ , και να εξηγείσετε, με ποιοτικά επιχειρήματα ή με έναν υπολογισμό τάξης μεγέθους, ότι όλες οι προσμίξεις μπορούν να θεωρηθούν ιονισμένες. (c) Θεωρήστε, με βάση το προηγούμενο συμπέρασμα, ότι η συγκέντρωση ηλεκτρονίων αλλάζει, με το βάθος, σύμφωνα με τη σχέση  $n(x) = n_i + N_0 e^{(-ax)}$ , όπου  $n_i$  η ενδογενής πυκνότητα φορέων, και υπολογίστε την κατά βάθος κατανομή οπών  $p = p(x)$ , σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, (d) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο  $E = E(x)$ , που προκύπτει ως αποτέλεσμα της ανομοιογενούς κατανομής φορέων σε θερμοδυναμική ισορροπία, ε) Σχεδιάστε, σε ένα ποιοτικό σχεδιάγραμμα τις συναρτήσεις  $n = n(x)$ ,  $p = p(x)$ ,  $E_C(x)$ ,  $E_F(x)$ ,  $E_i(x)$ ,  $E_V(x)$ , και το ηλεκτρικό πεδίο του ερωτήματος (γ).

Δίνονται:

$$e = 1.610^{-19} \text{ C}, \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} (\text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}) = 8.85 \times 10^{-12} (\text{F/m}), \quad m_e = 0.911 \times 10^{-30} \text{ kg}, \\ \hbar = 6.58 \times 10^{-34} \text{ eV·s} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J·s}, \quad kT(300\text{K}) \approx 25 \text{ meV}, \quad 1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}, \\ \text{Tυπική ενεργός πυκνότητα καταστάσεων για } m^* = m_0 : N(m^* = m_0, T = 300\text{K}) = 2.36 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$\frac{N_{C1}}{N_{C2}} = \left( \frac{m_{C1}}{m_{C2}} \right)^{3/2}$$

## ΗΜΙΑΓΩΓΟΙ ΚΑΙ ΗΜΙΑΓΩΓΙΜΕΣ ΔΟΜΕΣ

Ημιαγώγιμες Δομές (**5.0 M / 100%**)

1. (**2.0 M / 40%**)

- α) Να δώσετε αναλυτικές εκφράσεις για τις ενέργειες και πυκνότητες καταστάσεων των ηλεκτρονίων σε χαμηλοδιάστατους ημιαγωγούς δύο διαστάσεων.
- β) Να καταχωρήσετε σε διαγράμματα τα αποτελέσματα 1α).

2. (**3.0 M / 60%**)

- α) Με χρήση κατάλληλων σχημάτων/εξισώσεων/διαγραμμάτων να περιγράψετε το κβαντικό φαινόμενο Hall.
- β) Να δώσετε αναλυτικές εκφράσεις για τις ενέργειες και πυκνότητες καταστάσεων των ηλεκτρονίων σε υπέρλεπτη (πάχους d ατομικής κλίμακας) ταινία ημιαγωγού (στο επίπεδο xy) υπό την επίδραση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου  $\vec{B} = B\hat{z}$  (στη διεύθυνση του κβαντικού περιορισμού) η οποία διαρρέεται από ρεύμα J.