

Θεόδωρος Αλεξόπουλος, Αναπληρωτής Καθηγητής
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ - ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9
ΑΘΗΝΑ 157 80
Τηλ: 210 772-3019, Fax: 210 772-3021
e-mail: theoalex@central.ntua.gr

Theodoros Alexopoulos, Associate Professor
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
DEPARTMENT OF PHYSICS
ZOGRAFOU CAMPUS
157 80 ATHENS - GREECE
Phone : +30 210 772-3019, Fax: +30 210 772-302
e-mail: Theodoros.Alexopoulos@cern.ch
http://www.physics.ntua.gr/Faculty/theoalex

Ανάλυση Σήματος, Εαρινό Εξάμηνο 2007-2008 - 8^ο ΣΕΜΦΕ

Επαναληπτική Εξέταση - Τρίτη 16/09/08 12:00, Διάρκεια 2 ώρες

1

(a) Θεωρήστε δύο περιοδικά σήματα $f(t)$ και $g(t)$ με περίοδο $a = 1$ και $b = 2$, αντίστοιχα. Να βρείτε τους συντελεστές του αναπτύγματος της σειράς Fourier του σήματος $f(t) + g(t)$ ως συνάρτηση των συντελεστών των σειρών Fourier των σημάτων $f(t)$ και $g(t)$.

(β) Να βρείτε το μετασχηματισμό Fourier του σήματος

$$f(t) = \frac{t}{t^4 + 2t^2 + 1}$$

Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το γνωστό ζεύγος μετασχηματισμού Fourier $\exp(-|t|) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} 2/(1 + \omega^2)$.

2

(a) Υποθέστε ότι η κρουστική απόκριση ενός ΓΧΑΣ συστήματος είναι

$$h(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

Να βρείτε την απόκριση συχνότητας ή συνάρτηση μεταφοράς, $H(\omega)$, καθώς επίσης τη διαφοροεξίσωση (σχέση μεταξύ του σήματος εξόδου, $y(n)$, και του σήματος εισόδου, $x(n)$), που περιγράφει αυτό το σύστημα. Να παραστήσετε γραφικά αυτή τη σχέση.

(β) Να βρείτε το διδιάστατο μετασχηματισμό Z , $H(z_1, z_2)$, της κρουστικής απόκρισης

$$h(m, n) = a^{m+n} u(m) u(n), \quad |a| < 1$$

ενός ΓΧΑΣ διδιάστατου διακριτού συστήματος.

Να γράψετε τη διαφοροεξίσωση που περιγράφει το σύστημα με κρουστική απόκριση το $h(m, n)$, δηλαδή να βρείτε τη σχέση που συνδέει το σήμα εισόδου, $x(m, n)$, με το σήμα εξόδου, $y(m, n)$, έτσι ώστε να ισχύει η εξίσωση του συστήματος $y(m, n) = h(m, n) * x(m, n)$.

~~3~~ ✓

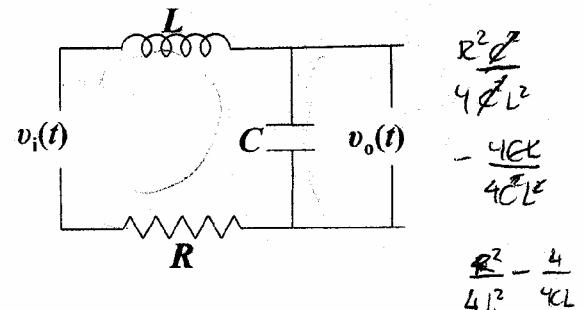
5

Με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Laplace να προσδιορίσετε τη συνάρτηση μεταφοράς, $H(s)$, και την κρουστική απόκριση, $h(t)$, του κυκλώματος RLC του διπλανού σχήματος, όπου $v_i(t)$ και $v_o(t)$ είναι τα σήματα εισόδου και εξόδου, αντίστοιχα. Ειδικότερα να αποδείξετε ότι η κρουστική απόκριση του κυκλώματος είναι

$$h(t) = \frac{1}{LC(\rho_2 - \rho_1)} (e^{-\rho_1 t} - e^{-\rho_2 t})$$

όπου οι σταθερές ρ_1 , ρ_2 δίνονται από τις εκφράσεις

$$\rho_1 = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}, \quad \rho_2 = \frac{R}{2L} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}$$



Σχήμα 1: Σχηματική περιγραφή ενός κυκλώματος RLC . Το σήμα εισόδου είναι $v_i(t)$ ενώ το σήμα εξόδου είναι $v_o(t)$.

4

(a) Να υπολογίσετε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Z της συνάρτησης

$$X(z) = \frac{z^2}{(z+7)(z-5)} \quad \text{με ΠΣ το διάστημα } 7 < |z| < +\infty$$

(b) Με τη βοήθεια του μονόπλευρου μετασχηματισμού Z να βρείτε τη λύση, $y(n)$, $n \geq 0$, ενός συστήματος που περιγράφεται από τη διαφοροεξίσωση

$$y(n) - 7y(n-1) = 11x(n) \quad \text{με αρχική συνθήκη } y(-1) = 5$$

όπου $x(n)$ και $y(n)$ είναι τα σήματα εισόδου και εξόδου, αντίστοιχα.

Τώρα θεωρείστε αυτή τη διαφοροεξίσωση ότι περιγράφει ένα αιτιατό ΓΧΑΣ. Να βρείτε την κρουστική απόκριση, $h(n)$, $-\infty < n < +\infty$, του συστήματος. Συκρίνεται την κρουστική απόκριση $h(n)$, $n \geq 0$ με το αποτέλεσμα $y(n)$, $n \geq 0$ που βρήκατε από το αμέσως προηγούμενο ερώτημα.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε MONO το βιβλίο του μαθήματος.

Τα 4 θέματα είναι ισοδύναμα

A + B

? 1

Καλή επιτυχία

