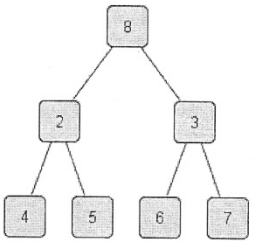
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστήμων
Τομέας Μαθηματικών

Δομές Δεδομένων
12 Ιούλιου 2010

- **Να απαντηθούν ΟΛΑ (5) τα θέματα.**
- **Διάρκεια: 2 ½ ώρες.**
- **Καλή επιτυχία.**

Θέμα 1ο

Δίνεται το παρακάτω δένδρο το οποίο έχει την δομή ενός σωρού (χωρίς όμως να πλήρη την ιδιότητα του σωρού).



A. Να δοθεί η σειρά διαπέρασης των στοιχείων του δένδρου συμφώνα μα την preorder (προ-διάταξη), inorder (εσωτερική διάταξη) και postorder (μετα-διάταξη) διέλευση.

B. Να εκτελεστεί η μέθοδος addRoot(). Να σχεδιαστεί το δένδρο που προκύπτει **μετά την εκτέλεση της μεθόδου**.

C. Να εισαχθεί στον σωρό το στοιχείο «**1**» (μέσω χρήσης της μεθόδου addLeaf().Να σχεδιαστεί το δένδρο που προκύπτει **μετά την εκτέλεση της μεθόδου**.

Θέμα 2ο

Να περιγραφεί αλγόριθμος ο οποίος με είσοδο **n** πραγματικούς αριθμούς, υπολογίζει τους k μικρότερους σε χρόνο O(n log k). Ο αλγόριθμος σας να κάνει χρήση Αφηρημένων Τύπων Δεδομένων. Να αιτιολογηθεί η χρονική πολυπλοκότητα.

Θέμα 3ο

Έστω ένα δυαδικό δένδρο **T** του οποίου ο κάθε κόμβος περιέχει ως κλειδί έναν ακέραιο αριθμό.

A. Να γραφεί αναδρομικός ψευδό-κώδικας **sum(v)** για τον υπολογισμό του αθροίσματος των κλειδιών των κόμβων του υπο-δένδρου το οποίο έχει τον κόμβο **v** ως ρίζα (συνυπολογίζοντας το κλειδί του κόμβου v). Να αναλυθεί η χρονική πολυπλοκότητα.

B. Να γραφεί αναδρομικός ψευδο-κώδικας **isFullBinary(v)** για τον υπολογισμό του εάν ένα υπο-δένδρο το οποίο έχει τον κόμβο **v** ως ρίζα είναι πλήρες δυαδικό, δηλ. όλοι οι εσωτερικοί του κόμβοι έχουν ακριβώς 2 παιδιά.

Θέμα 4ο

Με δεδομένο ως είσοδο την pre-order σ_{pre} και την post-order σ_{post} διάταξη των κόμβων ενός δένδρου T, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

a) Να προτείνετε και να αναλύσετε έναν αλγόριθμο ο οποίος κατασκευάζει ένα δυαδικό δένδρο T, συμβατό με τις διατάξεις σ_{pre} και σ_{post}. Να επιχειρηματολογήσετε για την ορθότητα του αλγορίθμου σας. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας σχετικά με την πολυπλοκότητα.

b) Να προτείνετε έναν αλγόριθμο που κατασκευάζει ένα δυαδικό δένδρο T, συμβατό με τις διατάξεις σ_{pre} και σ_{post}, σε γραμμικό χρόνο. Να επιχειρηματολογήσετε για την ορθότητα του αλγορίθμου σας και να αιτιολογήσετε την απάντηση σας σχετικά με την πολυπλοκότητα.

Σημείωση. Εάν η απάντηση σας στο ερώτημα a) είναι ένας αλγόριθμος με γραμμική πολυπλοκότητα δεν χρειάζεται να απαντήσετε το ερώτημα b).

Θέμα 5ο

Να προτείνεται μία υλοποίηση η οποία υποστηρίζει τον αφηρημένο τύπο δεδομένων Deep_Find_Priority_Queue, δηλ.. μία ουρά προτεραιότητας η οποία υποστηρίζει τις συνήθεις λειτουργίες findMIN, deleteMIN, insert, isEmpty, size καθώς και την επιπλέον λειτουργία findNextMin η οποία επιστρέφει το επόμενο μικρότερο στοιχείο της ουράς προτεραιότητας. (Πολλαπλές **διαδοχικές** κλήσεις της μεθόδου έχουν ως αποτέλεσμα την διαπέραση όλων των στοιχείων της ουράς.) Ζητούμενη είναι O(log*n*) πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης για κάθε λειτουργία. **Να περιγράψετε και να αναλύσετε την πολυπλοκότητα κάθε λειτουργίας.**