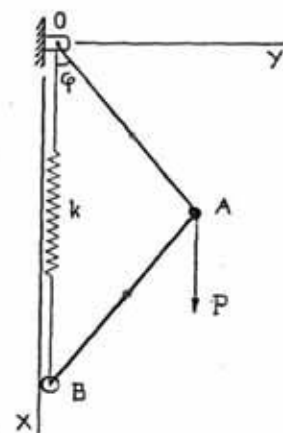
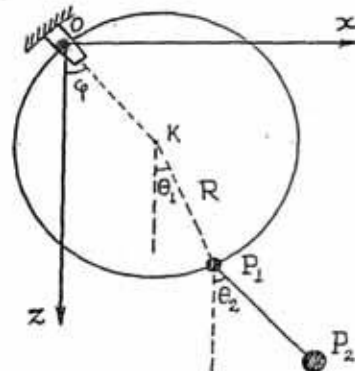


ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

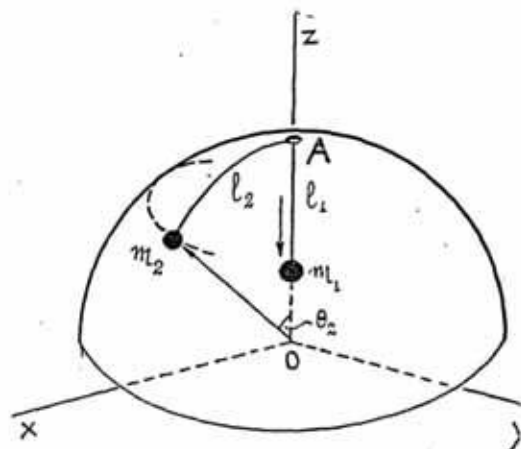
1. Στο μηχανισμό του σχήματος οι δύο ράβδοι OA και AB είναι όμοιες (μάζα: m , μήκος: ℓ) το δε ελατήριο γραμμικό με ελεύθερο μήκος, το μήκος που αντιστοιχεί στην γωνία $\varphi_{ax} = 45^\circ$. Αν κίνηση του B στον κατακόρυφο οδηγό γίνεται χωρίς τριβή να ευρεθούν μέσω της Αρχής των Δυνατών Έργων οι θέσεις ισορροπίας του συστήματος και να προσδιοριστούν για κάθε τέτοια θέση οι τιμές του φορτίου P που καθιστούν την ισορροπία ευσταθή.



2. Ο συμμάτινος κυκλικός οδηγός (σ) του σχήματος, μάζης m_σ και κεντρικής ροπής αδρανείας I , αιωρείται περί το σημείο O της περιφέρειας του, κατά μήκος δε αυτού κινείται χωρίς τριβή μικρή σφαίρα P_1 μάζης m_1 . Από αυτήν αναρτάται, μέσω αβαρούς ράβδου μήκους R , δεύτερη μικρή σφαίρα P_2 , μάζης m_2 που μπορεί να αιωρείται περί των P_1 . Χρησιμοποιώντας ως γενικευμένες συντεταγμένες της σημειούμενες γωνίες φ , θ_1 και θ_2 , προσδιορίστε τις τιμές των γωνιών αυτών, για τις οποίες η κινητική ενέργεια αποκτά τις ακραίες τιμές της και δώστε την γενική έκφραση της, από την οποίαν προκύπτουν οι εν λόγω τιμές.



3. Οι δύο μικρές μάζες m_1, m_2 του σχήματος ($m_1 > m_2$) συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους ℓ , το οποίο διέρχεται από μικρή οπή A στο ανώτατο σημείο της σφαίρας (O, R). Το σύστημα, που αρχικά κρατείται σε ηρεμία, με την m_1 , στη θέση (θ, θ, z_{10}) και την m_2 στη θέση (x_{20}, y_{20}, z_{20}) , αφήνεται να κινηθεί υπό την επίδραση του βάρους των δύο μαζών, με μία αρχική ταχύτητα v_{20} για την m_2 , ανοδικής φοράς, με διεύθυνση όμως διάφορη της επαπτομένης του μεγίστου κύκλου που διέρχεται από το σημείο (x_{20}, y_{20}, z_{20}) . Υποθέτοντας ότι η επιφάνεια της σφαίρας είναι λεία, περιγράψτε κατά Lagrange την κίνηση των δύο μαζών και εξηγήστε τον τρόπο με τον οποίο η m_2



προσεγγίζει την οπή. Τι συνάγετε για την κίνηση του συστήματος, καθώς ο χρόνος αυξάνει συνεχώς;

4. Το έδρανο $\varepsilon - \varepsilon'$, από την οπή O του οποίου διέρχεται το μη εκτατό νήμα αναρτήσεως του σφαιριδίου $P(m)$, παλινδρομεί κατά την κατακόρυφον, εντός του επιπέδου Oxz , σύμφωνα με τον Νόμο

$$S = S_0 + a \sin \omega t$$

όπου $S_0 = S(t=0)$, $a = \text{σταθ.}$, $\omega = \text{σταθ.}$ Ταυτοχρόνως το P αιωρείται περί το O , με συνεχώς μεταβαλλόμενη την απόσταση του από αυτό. Να γραφούν οι κανονικές εξισώσεις Hamilton του συστήματος και να εξετασθεί αν η συνάρτηση Hamilton αποτελεί ολοκλήρωμα των εν λόγω εξισώσεων (μήκος νήματος ℓ).

