

Επιλέξετε ως 4 θέματα

Θέμα 1

- α) Να βρείτε τα ιδιοδιανύσματα του τελεστή S_y . Να τα εκφράσετε ως σπίνορς.
β) Υποθέστε ότι ένα ηλεκτρόνιο είναι στην κατάσταση $\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Αν μετράμε τη συνιστώσα -y του σπιν, ποιά είναι η πιθανότητα να βρούμε $+(1/2) \hbar$;

Θέμα 2. (α) Εξηγήστε την υπέρλεπτη υφή στο υδρογόνο λόγω της αλληλεπίδρασης της μαγνητικής ροπής του πυρήνα με εκείνη λόγω του σπιν ενός δέσμιου ηλεκτρονίου. Σχεδιάστε το προκύπτον από την κβαντομηχανική αντιμετώπιση ενεργειακό διάγραμμα, και σχολιάστε τα περί ακτινοβολίας των 21 cm.
(β) Εξηγήστε την τάξη μεγέθους σχετικιστικών διορθώσεων στην ενέργεια ενός ηλεκτρονίου σε ένα άτομο υδρογόνου. Τέλος, περιγράψτε πως προκύπτει η διόρθωση ενέργειας λόγω της σύζευξης σπιν-τροχιακής στροφορμής ηλεκτρονίου, αφού εξηγήσετε ποιού τελεστής έχουν κοινό σύστημα ιδιοσυναρτησεων.

ΕΤΡΑΧΛΗ/ΑΣ

Θέμα 3. (α) Περιγράψτε το φαινόμενο της αντιστροφής στο μόριο της αμμωνίας κάνοντας και μία γραφική αναπαράσταση του μορίου, του δυναμικού και ενεργειακών σταθμών. Περιγράψτε τον συμμετρικό και αντισυμμετρικό διαχωρισμό,

$\psi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_L + \psi_R)$, και $\psi_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_L - \psi_R)$ και εξηγήσετε την προκύπτουσα ταλάντωση.

(β) Αν το ενεργειακό χάσμα μεταξύ των δύο ιδιοτιμών είναι $2A$ (περίπου 10^{-4} eV), δηλαδή $E_1 = E_0 - A$, και $E_2 = E_0 + A$, εκφράστε τη χρονική εξέλιξη της συνολικής κυματοσυνάρτησης $\psi(t)$, και βρείτε μία έκφραση για την πιθανότητα να βρούμε το μόριο στην αριστερή πολική του κατάσταση (υπόδ.: Δείξτε πως είναι ίση με $\cos^2(\frac{At}{\hbar})$).

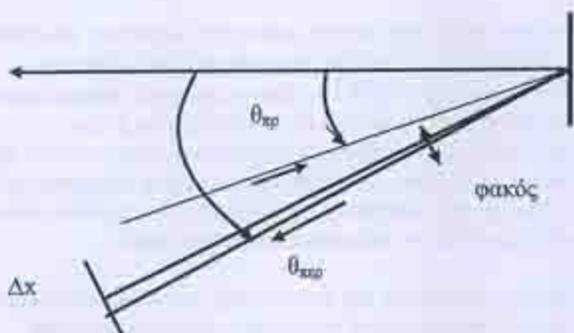
Θέμα 4. Θεωρείστε φασματόμετρο με φακούς εστιακής απόστασης $f=2.5$ m, που επιδιώκει να μετρήσει τη δομή της διάσπασης μιάς φασματικής γραμμής λόγω του Φαινομένου Zeeman, μία φασματική γραμμή του υδραργύρου.

(α) Εξηγήστε τη δομή των φασματικών γραμμών για $l=1$ και $l=2$, καθώς και σημειώστε σε κατάλληλο διάγραμμα τις επιτρεπόμενες λόγω κανόνων επιλογής μεταβάσεις.

(β) Βρείτε τις διαφορές μηκών κύματος κατά μεταβάσεις ($l=N+1, l=2$) \rightarrow ($l=N, l=1$), αν $B=0.5$ Tesla σε σύγκριση με την μετάβαση (N ακέραιος και μεγαλύτερος του

1) ($n=N+1, l=2, m=0$) \rightarrow ($n=N, l=1, m=0$) που είναι δεδομένο ότι δίνει μήκος κύματος $\lambda=546$ nm.

(*) Βρείτε, για ένα οπτικό φράγμα ανάκλασης με 2400 χαραγές ανά mm, με γωνία πρόσπτωσης $\theta_{\text{πρ}}=30^\circ$, την απόσταση Δx διαδοχικών γραμμών στις οποίες έχουμε διάχωρισμό της γραμμής $\lambda=546$ nm, στο εστιακό επίπεδο του φακού που εστιάζει την περιθλώμενη δέσμη πρώτης τάξης. Είναι αυτή μετρήσιμη με τη βοήθεια φωτογραφικού φιλμ, ή άλλου ανιχνευτικού συστήματος; (υπόδ.: για το ερώτημα γ) μπορείτε πρώτα να βρείτε τη διαφορά γωνιών $\Delta\theta_{\text{πρ}}$ μεταξύ δύο διαδοχικών γραμμών στις οποίες έχουμε διάσπαση λόγω Zeeman)



Θέμα 5

Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο που κατευθύνεται προς τον άξονα των x . Τη χρονική στιγμή $t=0$, βρίσκεται στην κατάσταση $\chi(0)=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, δηλαδή σπιν πάνω. Ποια είναι η κατάσταση μετά χρόνο t ; (Υπόδ.: Δείξτε πως $\chi(t)$

$$\equiv \begin{pmatrix} \cos(\omega t/2) \\ i \sin(\omega t/2) \end{pmatrix}$$

$$i\hbar \frac{d\chi}{dt} = X \chi \quad (\hbar = \omega = \mu = \frac{1}{2})$$

$$i\psi = E_0 \psi_0$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \cos \\ i \sin \end{pmatrix}$$

$$a(t) = c_1 e^{i\omega t/2} + c_2 e^{-i\omega t/2}$$

$$i\hbar \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\hbar \omega}{2} (E - V_0)$$

$$c_1 = 1, c_2 = 0$$

$$a(t) =$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t}$$

$$b = \frac{\partial}{\partial t} a$$

Εκτελούμε τις πράξεις

$$i\hbar \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i\hbar a \\ i\hbar b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} i\hbar = a/2 \\ i\hbar = b/2 \end{matrix}$$