



ΜΗΧΑΝΙΚΗ II (ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ)

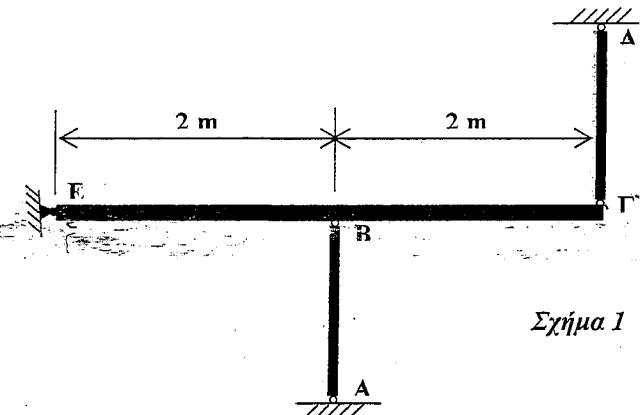
6^η Σειρά ασκήσεων ενισχυτικής διδασκαλίας

ΘΕΡΜΟΚΑΣΙΑΚΑ ΑΞΟΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Άσκηση 1

Απολύτως άκαμπτη δοκός ΕΒΓ στηρίζεται οριζόντια με τη βοήθεια αρθρώσεως στο Ε και των γραμμικώς ελαστικών ράβδων ΑΒ και ΓΔ (Σχ.1). Οι ράβδοι είναι όμοιες με μήκος 1.5m και διάμετρο διατομής 1cm είναι δε κατασκευασμένες από χάλυβα με μέτρο ελαστικότητας $E=200 \text{ GPa}$ και συντελεστή θερμικής διαστολής $\alpha=6 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$. Η θερμοκρασία της ράβδου ΓΔ μειώνεται κατά 25°C .

- α. Να ευρεθεί η τελική θέση της δοκού ΕΒΓ.
- β. Να ευρεθούν οι τάσεις στις ράβδους ΑΒ, ΓΔ.



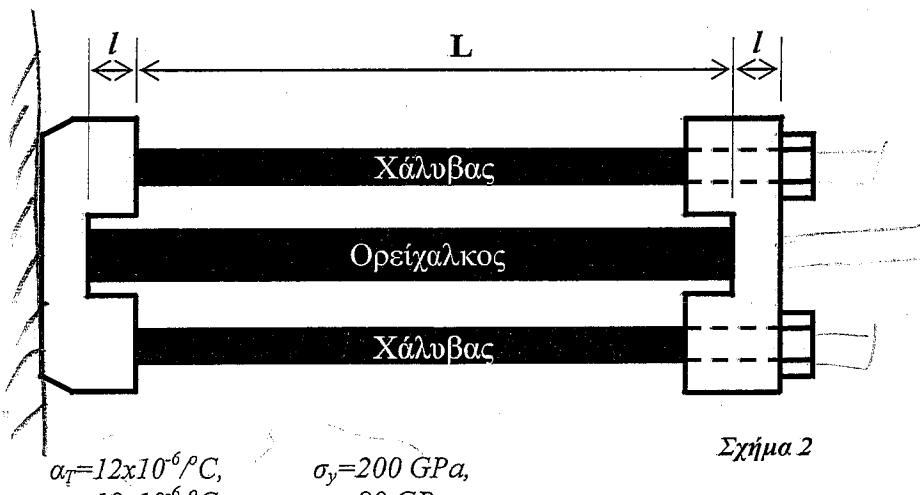
Σχήμα 1

Άσκηση 2

Στη διάταξη του Σχ.2 τρεις ισομήκεις ράβδοι (οι εξωτερικές από χάλυβα, η εσωτερική από ορείχαλκο) είναι παγιδευμένες μεταξύ δύο απολύτως ανένδοτων καπακιών. Το εμβαδό της διατομής της ορειχάλκινης ράβδου είναι διπλάσιο του αντίστοιχου των χαλύβδινων ράβδων. Στους 20°C η διάταξη είναι ελεύθερη τάσεων.

- α. Η θερμοκρασία αυξάνει κατά ΔT . Να ευρεθούν οι τάσεις στις ράβδους συναρτήσει του ΔT .
- β. Σε ποια θερμοκρασία θα επέλθει η πρώτη αστοχία κάποιας ράβδου;

Δίνεται: Για τον χάλυβα: $E=200 \text{ GPa}$,
Για τον ορείχαλκο: $E=100 \text{ GPa}$,

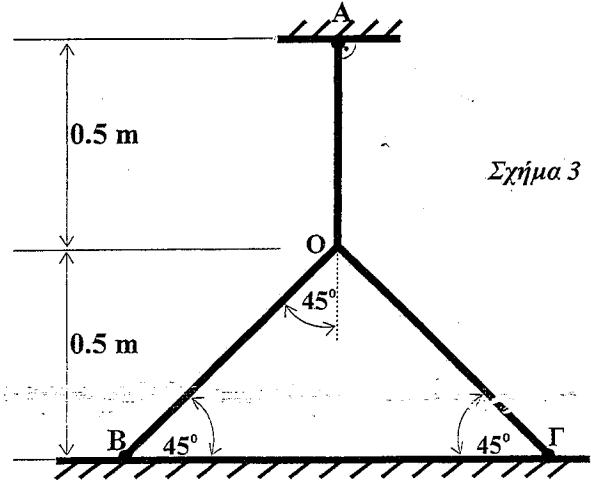


Σχήμα 2

Άσκηση 3

Η κατασκευή του Σχ.3 αποτελείται από τρεις κυλινδρικές αβαρείς ράβδους. Η ράβδος ΟΑ, εμβαδού διατομής $A_1=0.75 \text{ cm}^2$, είναι από υλικό μέτρου ελαστικότητας $E_1=200 \text{ GPa}$, τάση διαρροής $\sigma_{d1}=200 \text{ MPa}$ και συντελεστή γραμμικής διαστολής $\alpha_1=3.6 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$. Οι ράβδοι ΟΒ και ΟΓ, εμβαδού διατομής $A_2=1 \text{ cm}^2$, είναι από υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E_2=120 \text{ GPa}$ και τάση διαρροής $\sigma_{d2}=80 \text{ MPa}$. Αμφότερα τα υλικά θεωρούνται γραμμικώς ελαστικά - απολύτως πλαστικά.

- α. Η θερμοκρασία της ράβδου ΟΑ (και μόνον αυτής) ελαττώνται κατά 50°C . Να ευρεθεί η τελική θέση του κόμβου Ο και οι τάσεις που αναπτύχθηκαν στις τρεις ράβδους.
- β. Στη συνέχεια στον κόμβο Ο ασκείται κατακόρυφη δύναμη P προς τα κάτω. Να ευρεθεί η τιμή της P που θα προκαλέσει την πρώτη αστοχία κάποιας ράβδου και η τιμή της P που θα προκαλέσει κατάρρευση της κατασκευής.



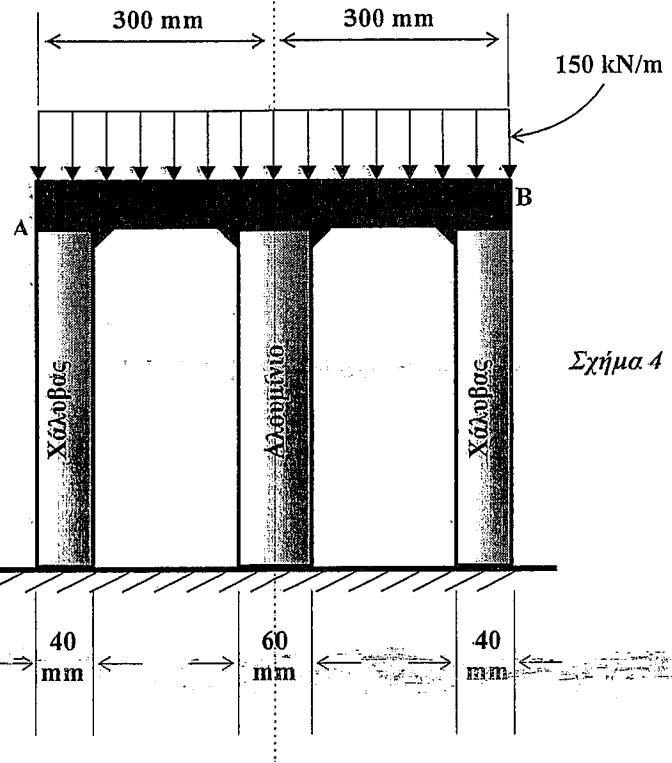
Σχήμα 3

Άσκηση 4

Η απολύτως άκαμπτη και αβαρής δοκός AB στηρίζεται σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια τριών κατακόρυφων κυλινδρικών ράβδων, επί των οποίων είναι σταθερά συγκολλημένη (Σχ.6). Οι δύο ακραίες ράβδοι είναι από χάλυβα μέτρου ελαστικότητας $E_x = 200 \text{ GPa}$ και συντελεστή θερμικής διαστολής $\alpha_x = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$. Η κεντρική ράβδος είναι από αλουμίνιο μέτρου ελαστικότητας $E_{al} = 73 \text{ GPa}$ και συντελεστή θερμικής διαστολής $\alpha_{al} = 23 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$. Σε θερμοκρασία 20°C το αρχικό μήκος των ράβδων είναι 250 mm .

- Στη δοκό ασκείται κατακόρυφο ομοιόμορφο φορτίο 150 kN/m . Ταυτόχρονα η θερμοκρασία όλων των ράβδων αυξάνει κατά 60°C . Πόση δύναμη ασκείται σε κάθε ράβδο;
- Πόσο πρέπει να ψυχθεί στη συνέχεια η ράβδος αλουμινίου ώστε η πλάκα να επανέλθει στην αρχική της θέση; (το φορτίο και η θερμοκρασία των ράβδων χάλυβα δεν μεταβάλλονται)

Να αγνοηθούν τα ίδια βάρη και τα υλικά δλων των ράβδων να θεωρηθούν γραμμικά ελαστικά.

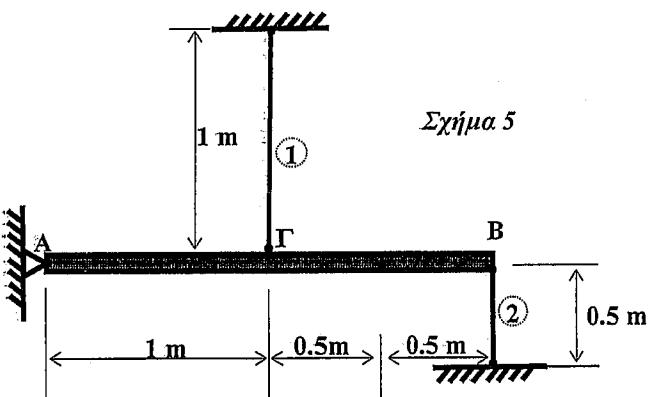


Σχήμα 4

Άσκηση 5

Η άκαμπτη και αβαρής δοκός AB θα στηριχθεί οριζόντια με τη βοήθεια άρθρωσης και δύο κατακόρυφων ράβδων (Σχ.5) εμβαδού διατομής $A_1 = A_2 = 35 \text{ mm}^2$. Το υλικό αμφοτέρων των ράβδων είναι γραμμικώς ελαστικό με μέτρο ελαστικότητας $E = 200 \text{ GPa}$ και συντελεστή θερμικής διαστολής $\alpha = 6 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}^{-1}$. Η θερμοκρασία της ράβδου (1) μειώνεται κατά 30°C και διατηρείται σταθερή.

- Να υπολογιστεί η θέση της δοκού ΑΓ μετά τη μεταβολή θερμοκρασίας της ράβδου (1).
- Να ευρεθεί η δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί κατακόρυφα στο μέσον του τμήματος BG ώστε η δοκός AB να επανέλθει στην αρχική οριζόντια θέση.

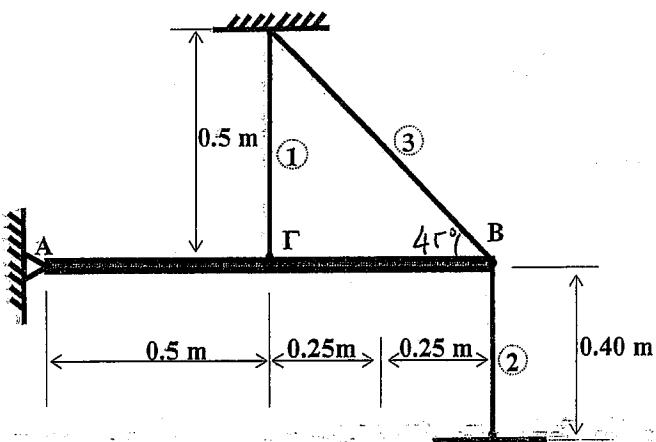


Σχήμα 5

Άσκηση 6

Η άκαμπτη και αβαρής δοκός AB θα στηριχθεί οριζόντια με τη βοήθεια άρθρωσης και τριών ράβδων όπως φαίνεται στο Σχ.6. Οι ράβδοι έχουν το ίδιο εμβαδόν διατομής $A = 40 \text{ mm}^2$ και είναι κατασκευασμένες από το ίδιο γραμμικώς ελαστικό υλικού μέτρου ελαστικότητας $E = 120 \text{ GPa}$, τάσεως διαρροής 80 MPa και συντελεστή θερμικής διαστολής $\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}^{-1}$.

- Αγνοώντας κάθε φαινόμενο λυγισμού να υπολογιστεί η μεταβολή θερμοκρασίας της ράβδου (3) που θα προκαλέσει πρώτη αστοχία σε κάποια εκ των τριών ράβδων.
- Να ευρεθεί η θέση της δοκού για το ως άνω φορτίο.
- Να ευρεθεί η δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί κατακόρυφα στο μέσον του τμήματος BG ώστε η δοκός AB να επανέλθει στην αρχική οριζόντια θέση.



Σχήμα 6

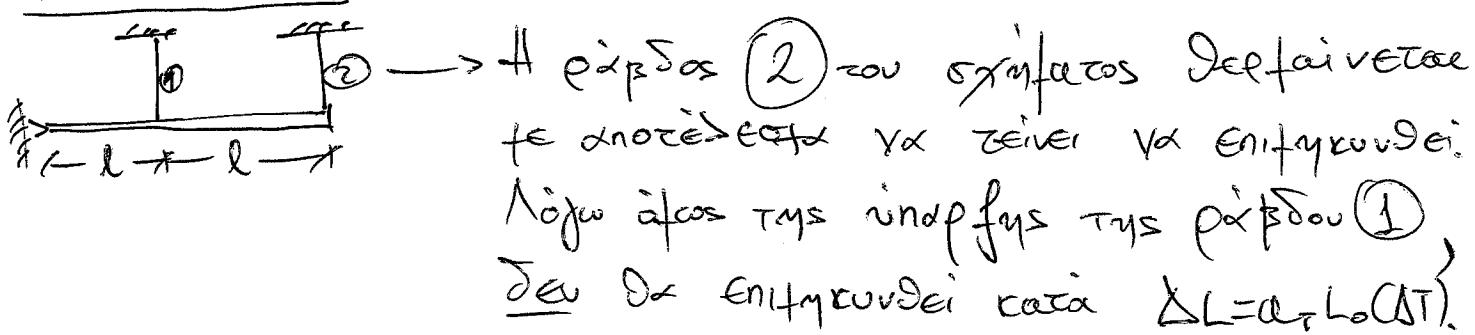
6η Σειρά - Τετρές Οδηγίες

→ Έστω πόρπος που είναι ελαστική και υπόκειται σε αφορητή δύναμη δέπτευσης. Ως εντυπωτική κατάσταση: $\Delta L = \alpha_T L_0 (\Delta T)$. \rightarrow Διαδικασία Δέπτευσης

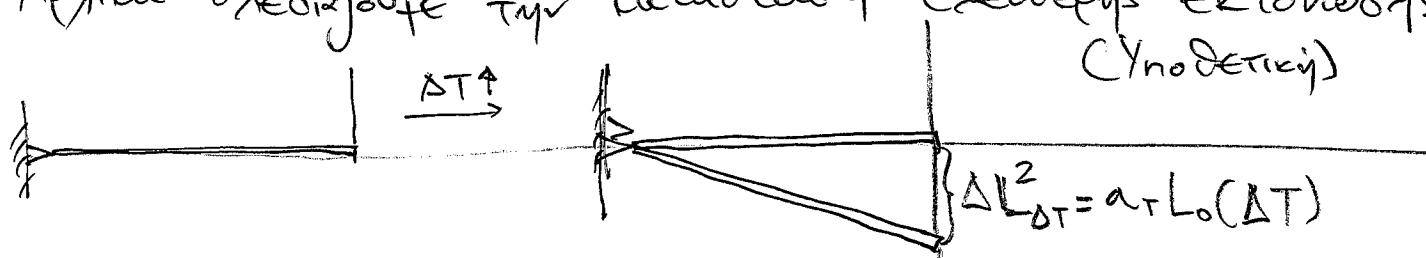
Αν για πόρπος αριθμού της φυσικής στα αέρα της, τότε θα λαμβάνουν διεφίξεις τάσεις: $\sigma = \alpha_T (\Delta T) E$

Στα προσδικαζόμενα τας, θα έρχοτε συνήθως υπερστατικές καταστάσεις. Η διαδικασία ενισχυσης είναι η εξής:

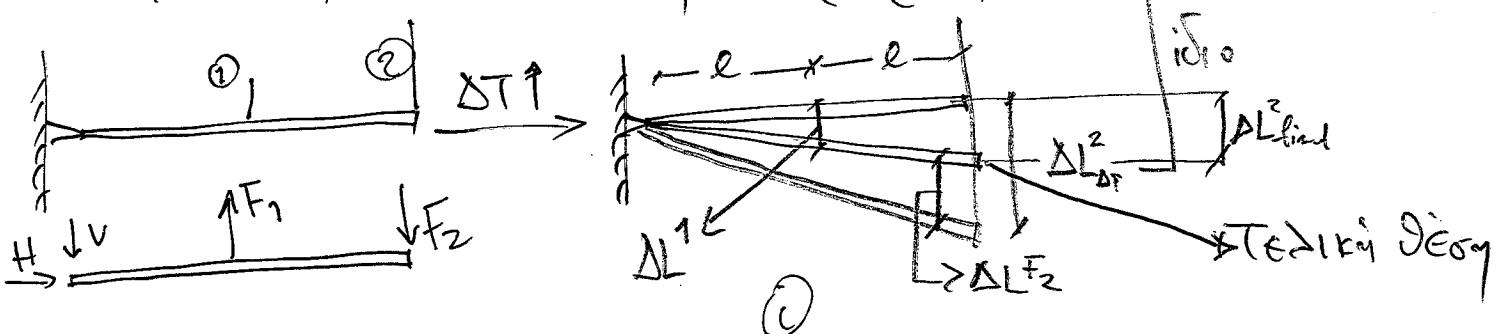
Ινγραντιώνει:



Αρικαρίστηση της καταστάσης ελαστικής εκτίναξης:



Και τέλος της καταστάσης περισσότερο:



Όνου (οχιες: Κοφοίσης πρήγματων) $\rightarrow \Delta L^1 = \Delta L^2_{\text{final}}$

$$\rightarrow \Delta L^2_{\text{final}} = \Delta L^2_{\Delta T} - \Delta L^2_{F_2} \rightarrow$$

βείχυνος / ηεροπιρός λόγω της
υπερβάσης της πάρσου ①

$(\Delta L^1 = \Delta L_{F_1})$

Εμπλεκούν αν δεν υπάρχει
η πάρσης ① (όπως στο ΔΤ)

$$\rightarrow \Delta L_{F_1}^1 = \Delta L_{\Delta T}^2 - \Delta L_{F_2}^2 \rightarrow \text{Hooke} \rightarrow \text{Βρισταύτε οχέαν}$$

τετράφια των δυνάμεων που απορίνισαν στην πάρσης και
διατηρεί το πρόβλημα την φοράδα της αλλαγής οχέων
που προκαλεί επίσης την προσεπονία των πανιών.

Ουσιαστικά δηλαδή, το συγκεκριμένο υπερέργησαν στην
υποδεικτική και πραγματική κατάσταση που σχεδιάστηκε
στο τέλος της προμηθευτικής σελίδας.

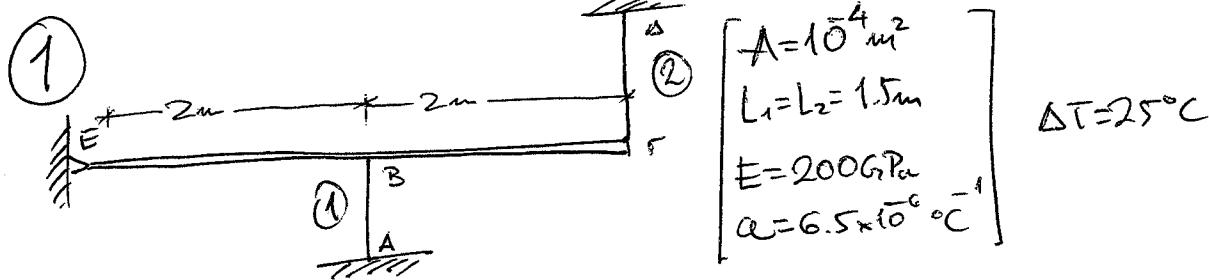
\rightarrow Η ίδια περίπτωση ενδιέβαλ στο πρόβλημα της
σελίδας 15 των συγκεισμών και στο πρόβλημα 4 ανά
της σελίδας.

Μηχανική ΙΙ - Παρατορφώσεις

(2013)

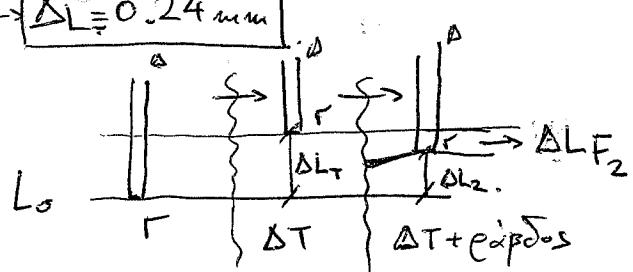
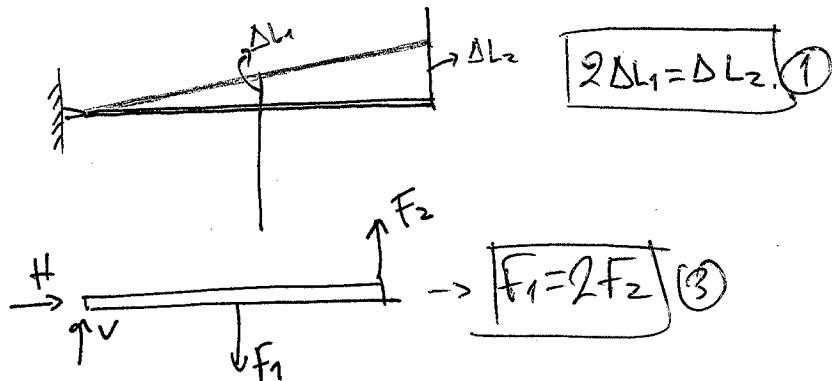
6η Δείξια - Χοκισμένων

Σεπτεμβρινά Αλουμίνια Τεμαχία



ⓐ Αν η παρθενούσα το ογκός ελεύθερη, τότε δε επρόχινετο κατά ΔL:

$$\Delta L = \alpha L_0 (\Delta T) \rightarrow \Delta L = 6.5 \times 10^{-6} \times 1.5 \times 25 \rightarrow \boxed{\Delta L = 0.24 \text{ mm}}$$



$$\hookrightarrow \boxed{\Delta L_f = \Delta L_2 + \Delta L_1} \quad ②$$

$$\frac{①}{②} \rightarrow 2\Delta L_1 = \Delta L_f - \Delta L_{F2} \quad ③ \rightarrow 2 \frac{2F_2 L_1}{A_1 E_1} = 0.24 - \frac{F_2 L_2}{A_2 E_2} \rightarrow \frac{4F_2 L_1}{A_1 E_1} + \frac{F_2 L_2}{A_2 E_2} = 0.24$$

$$\frac{L_2 = L_1}{A_2 = A_1} \rightarrow \frac{5F_2 L}{A E} = 0.24 \rightarrow \frac{5 \times 1.5}{200 \times 10^9 \times 10^4} F_2 = 0.24 \times 10^{-3} \rightarrow F_2 = \frac{4800}{7.5} \rightarrow \boxed{F_2 = 640 \text{ N}}.$$

$$E_2 = E_1 \rightarrow F_1 = 1280 \text{ N} \rightarrow \sigma_1 = 12.8 \text{ MPa} \Leftrightarrow \epsilon_1 = 0.064 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_2 = 6400 \text{ N} \rightarrow \sigma_2 = 6.4 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_2 = 0.082 \times 10^{-3}$$

$$\Delta L_{F2} = \frac{F_2 L_2}{A_2 E_2} = \frac{640 \times 1.5}{200 \times 10^9} \rightarrow \boxed{\Delta L_2 = 0.048 \text{ mm}}$$

$$\hookrightarrow \Delta L_2 = \Delta L_f - \Delta L_{F2} \rightarrow \Delta L_2 = 0.24 - 0.048 \rightarrow \boxed{\Delta L_2 = 0.192 \text{ mm}} \quad ①$$

$$\hookrightarrow \boxed{\Delta L_1 = 0.096 \text{ mm}}$$

①

(B) $\Delta L_1 = 0.096 \text{ mm} \xrightarrow{\epsilon_1 = \frac{\Delta L}{L_0}} \epsilon_1 = 0.064 \times 10^{-3} \rightarrow \boxed{\sigma_1 = 12.8 \text{ MPa}}$

$\Delta L_2 = 0.192 \text{ mm} \rightarrow \epsilon_2 = 0.192 \times 10^{-3} \cancel{\rightarrow \sigma_2 = 5.8 \text{ MPa}}$ Der irgende o v. feste.

$\sigma_1 = 2\sigma_2 \rightarrow \boxed{\sigma_2 = 6.4 \text{ MPa}}$

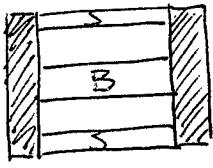
Entrys: $\sigma_i = \frac{F_i}{A}$

$F_1 = 1280 \text{ N} \rightarrow \sigma_1 = 12.8 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_1 = \dots$

$F_2 = 640 \text{ N} \rightarrow \sigma_2 = 6.4 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_2 = \dots$

?

② $\leftarrow L \rightarrow$



$$\left[\begin{array}{l} E_s = 200 \text{ GPa} \\ \alpha_{Ts} = 12 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \\ \sigma_{ys} = 200 \text{ MPa} \\ A_s = A \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} E_B = 100 \text{ GPa} \\ \alpha_{TB} = 18 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \\ \sigma_{yb} = 80 \text{ MPa} \\ A_B = 2A \end{array} \right]$$

ⓐ Energy $\Delta L = \alpha L_0 (\Delta T)$, ταν οι ράρδοι και γλύπτηρι δε σέσουν να ενισχυθούν αγοράσεις και την ρύπδο και σφειράλο. ($\alpha_{Ts} < \alpha_{TB}$)

$$F_s' = F_s \rightarrow F_B = 2F_s \quad \text{①.} \rightarrow \sigma_B = \frac{F_B}{2A} \quad \text{②} \quad \sigma_B = \frac{2F_s}{2A} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_B = \sigma_s \\ \sigma_s = \frac{F_s}{A} \end{array} \right. \quad \rightarrow \boxed{\sigma_B = \sigma_s} \quad \text{③}$$

\rightarrow Ταυ δεν ουδέτερες τα καναλιά:

$$\Delta L_B^{\text{total}} = \alpha_B L_0 (\Delta T) = \alpha_B \Delta T L_0 = 18 \times 10^{-6} \Delta T L_0.$$

$$\Delta L_s^{\text{total}} = \alpha_s L_0 (\Delta T) = 12 \times 10^{-6} \Delta T L_0.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta L_Fs = \Delta L_FB \rightarrow \Delta L_s^{\text{total}} + \Delta L_Fs = \Delta L_B^{\text{total}} - \Delta L_Fs \rightarrow \\ 12 \times 10^{-6} \Delta T L_0 + \frac{F_s L_0}{A E_s} = 18 \times 10^{-6} \Delta T L_0 - \frac{F_B L_0}{2 A E_B} \end{array} \right. \quad \cancel{F_B L_0} = 2 F_s L_0 \rightarrow$$

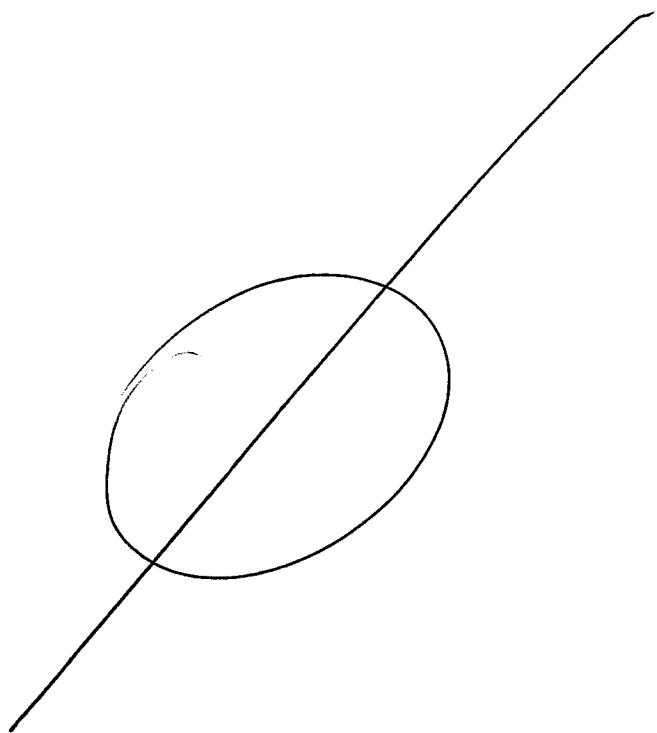
$$12 \times 10^{-6} \Delta T + \sigma_s \frac{1}{E_s} = 18 \times 10^{-6} \Delta T - \sigma_B \frac{1}{E_B} \quad \text{④} \rightarrow \sigma_s \left(\frac{1}{E_s} + \frac{1}{E_B} \right) = 6 \times 10^{-6} \Delta T \rightarrow \sigma_s \frac{3}{200 \times 10^9} = 6 \times 10^{-6} \Delta T.$$

$$\sigma_s = 400 \times 10^3 \Delta T \rightarrow \boxed{\sigma_s = 0.4 \times 10^6 \Delta T} \quad \boxed{\sigma_B = 0.4 \times 10^6 \Delta T}$$

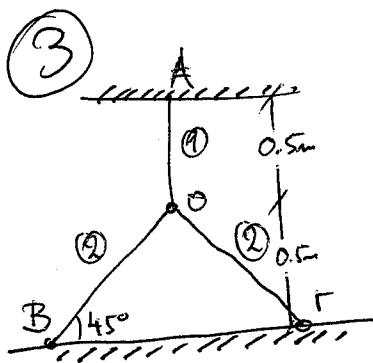
$$\text{⑤ } \frac{\sigma_s}{\sigma_B} = 1, \quad \frac{\sigma_{ys}}{\sigma_{yb}} = \frac{200 \times 10^6}{80 \times 10^6} = 2.5 \quad \frac{\sigma_s}{\sigma_B} < \frac{\sigma_{ys}}{\sigma_{yb}} \Rightarrow \text{Τη ρωτα σ σφειράλο.}$$

$$\sigma_B = \sigma_{yb} \rightarrow 80 \times 10^6 = 18 \times 10^{-6} (\Delta T) 100 \times 10^9 \rightarrow \Delta T = 444^{\circ}\text{C} \rightarrow \boxed{T_y = 464^{\circ}\text{C}}$$

③



(4)

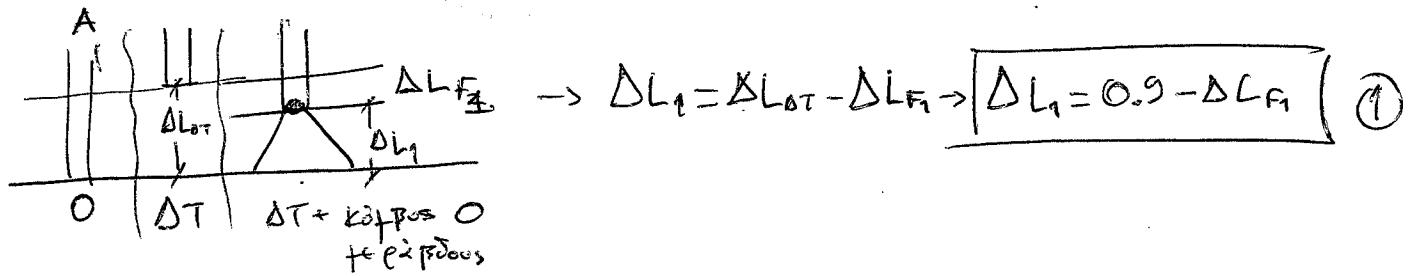


$$\left[\begin{array}{l} L_1 = 0.5 \text{ m} \\ A_1 = 0.75 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ E_1 = 200 \text{ GPa} \\ \sigma_y_1 = 200 \text{ MPa} \\ \alpha_1 = 3.6 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \\ L_2 = 0.705 \text{ m} \\ A_2 = 10^{-4} \text{ m}^2 \\ E_2 = 120 \text{ GPa} \\ \sigma_y_2 = 80 \text{ MPa} \end{array} \right]$$

a)

$$\Delta T = -50^\circ\text{C}$$

$$\rightarrow \Delta L_{AT} = \alpha L_0 (\Delta T) = 3.6 \times 10^{-5} \times 0.5 \times 50 = 90 \times 10^{-5} \text{ m} \rightarrow \boxed{\Delta L_{AT} = 0.9 \text{ mm}}$$



$$\Delta L_1 = \Delta L_{AT} \quad \Delta L_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta L_1 \rightarrow \Delta L_1 = 1.41 \Delta L_2 \quad \boxed{1.41 \Delta L_2 = 0.9 - \Delta L_F_1} \quad \text{②}$$

$$F_{2y} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_2$$

$$F_1 = \sqrt{2} F_2$$

$$F_1 = 1.41 F_2 \quad \Rightarrow \quad 1.41 \frac{F_2 L_2}{A_2 E_2} + 1.41 \frac{F_2 L_1}{A_1 E_1} = 0.9 \rightarrow$$

$$1.41 F_2 \left(\frac{L_2}{A_2 E_2} + \frac{L_1}{A_1 E_1} \right) = 0.9 \times 10^{-3} \rightarrow 1.41 \frac{F_2}{E_2} \left(\frac{L_2}{A_2} + \frac{L_1}{A_1} \right) = 0.9 \times 10^{-3} \rightarrow F_2 = 6.92 \text{ kN}$$

$$F_1 = 9.76 \text{ kN} \rightarrow \Delta L_{F_1} = \frac{F_1 L_1}{A_1 E_1} = \frac{9.76 \times 10^3 \times 0.5}{0.75 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} \rightarrow \Delta L_{F_1} = 0.325 \text{ mm}$$

$$F_2 = 6.92 \text{ kN}$$

④ $\rightarrow \Delta L_1' = 0.9 - \Delta L_{F_1}$

\downarrow
frouz
k3 frouz

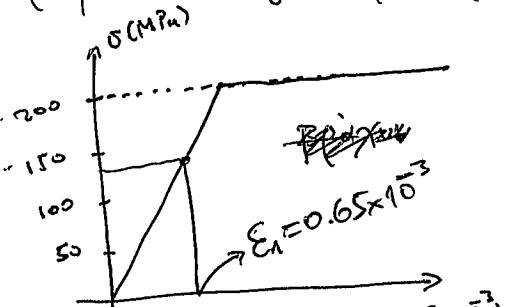
$$\boxed{\Delta L_1' = 0.575 \text{ mm}}$$

⑤

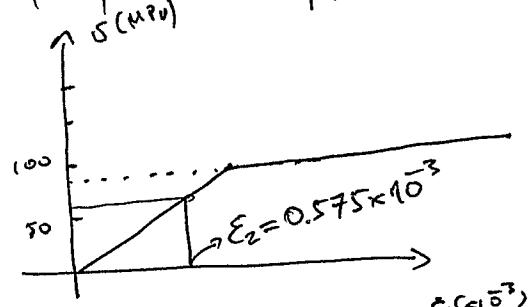
$$F_1 = 9.76 \text{ kN} \rightarrow \sigma_i = \frac{F_i}{A_i} \quad \sigma_1 \approx 130 \text{ MPa} \quad \epsilon_i = \frac{\sigma_i}{E_i} \quad \rightarrow \epsilon_1 = 0.65 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_1 = 0.325 \text{ mm}$$

$$F_2 = 6.92 \text{ kN} \rightarrow \sigma_2 \approx 69 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_2 = 0.575 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_2 = 0.405 \text{ mm}$$

Προσοχή! $\rightarrow \Delta L_1 \neq \Delta L_2$. $\Delta L_1 \equiv \Delta L_{F_1}$ να είναι η επιτύκνωμη της ράβδου. Το για της προσδεσης της κούπας.



①



②

\rightarrow Η ράβδος 1, αν και πραγματικά, έχει εφελκυστικά φέρει από την εφελκυστική παρατορφή την.

$$(B) \quad F_1' \quad F_1' = 1.41 F_2' + P.$$

$$\Rightarrow [\Delta L_1' = 1.41 \Delta L_2'] \quad \frac{F_1' L_1'}{A_1' E_1'} = 1.41 \frac{F_2' L_2'}{A_2' E_2'} \rightarrow \frac{F_1' 0.5}{0.75 \times 200} = \frac{1.41 F_2' 0.75}{120}$$

$$\frac{F_1' 0.5}{150} = \frac{F_2'}{120} \rightarrow \frac{F_1'}{300} = \frac{F_2'}{120} \rightarrow F_1' = 2.5 F_2'$$

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{\frac{F_1'}{A_1'}}{\frac{F_2'}{A_2}} = \frac{\frac{2.5 F_2'}{0.75}}{\frac{F_2'}{1}} = 3.33, \quad \frac{\sigma_{1y}'}{\sigma_{2y}'} = \frac{200 - 130}{80 - 65} = \frac{70}{11} = 6.36 \rightsquigarrow \left(\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} < \frac{\sigma_{1y}'}{\sigma_{2y}'} \right)$$

H ② δεσμού

$$\rightarrow \sigma_2' = 80 \text{ MPa} \rightarrow F_2' = 200 \times 10^6 \times 10^{-4} \rightarrow F_2' = 8 \text{ kN}$$

$$\rightarrow F_2' = \frac{A_2}{A_1} = \frac{(80 - 69) \times 10^6}{150} = 8 \quad F_2' = A_2 \sigma \rightarrow F_2' = (80 - 69) \times 10^6 \times 10^{-4} \rightarrow F_2' = 1.1 \text{ kN}$$

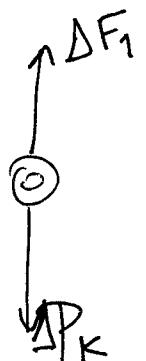
$$\rightarrow F_1' = 2.75 \text{ kN} \rightarrow \frac{F_1'}{A_1} + \sigma_1' = \frac{2.75 \times 10^3}{0.75 \times 10^4} \rightarrow \boxed{\sigma_1' = 134 \text{ MPa.}}$$

$$F_2' = 1.1 \text{ kN} \rightarrow \boxed{\sigma_2' = 80 \text{ MPa}}$$

$$\begin{cases} P = 2.75 - 1.41 \times 1.1 \\ P = 1.2 \text{ kN} \end{cases}$$

⑥

Με περιτέρω αύγους της P , οι επόμενοι οβ, οι γάρους και φέρουσα τανόγυτι τους.



$$\boxed{\Delta F_1 = \Delta P_k}$$

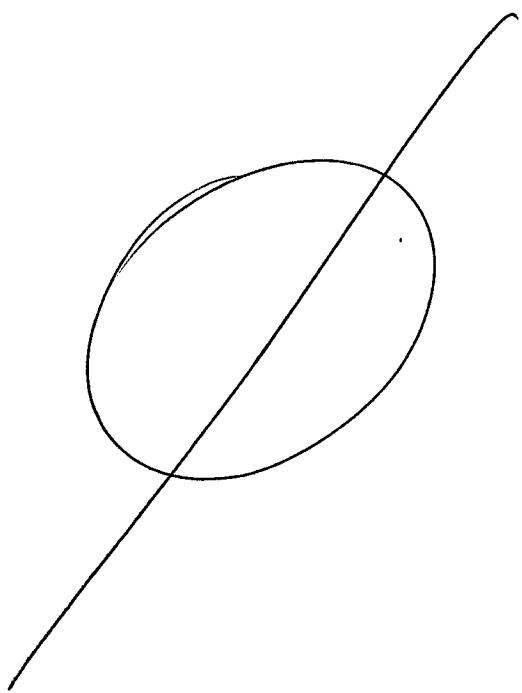
$$\Delta \sigma_y = \frac{1}{\text{Area}} = 200 - 134 = 66 \text{ MPa}$$

Η ταχύ που ανατίνει για να δοκούσει
η πρόσδοση 1 και να καταρρεθεί
η σαστεριά.

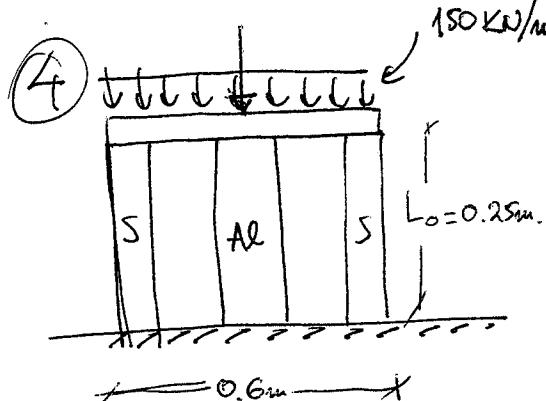
$$\Delta F_1 = \Delta \sigma_y A_1 = 66 \times 10^6 \times 0.75 \times 10^{-4} = 4.95 \text{ kN.} = \Delta P_k$$

$$\hookrightarrow F_{1, \text{final}} = F_1' + \Delta F_1 \rightarrow \underline{F_{1, \text{final}}} = 2.75 + 4.95 = \underline{7.7 \text{ kN.}}$$

$$\hookrightarrow P_k = P + \Delta P_k = 1.2 + 7.75 \rightarrow \boxed{P_k = 6.15 \text{ kN.}}$$



(8)

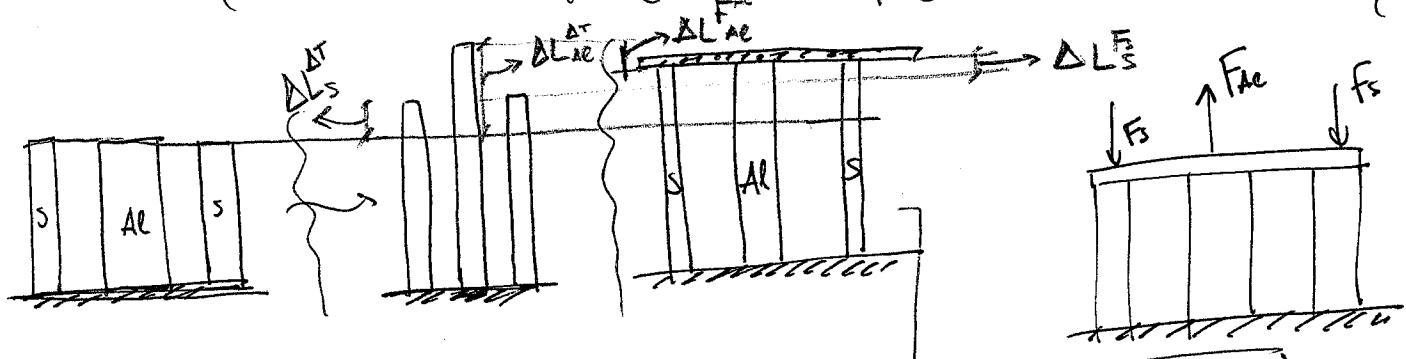


$$\left[\begin{array}{l} E_s = 200 \text{ GPa} \\ \alpha_s = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} E_{Al} = 73 \text{ GPa} \\ \alpha_{Al} = 23 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{array} \right]$$

$$(\Delta T = 60^\circ\text{C})$$

$$\left[\begin{array}{l} A_s = \pi d^2 / 4 = 3.14 \times 1600 \times \frac{1}{4} \times 10^{-6} = 1.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ A_{Al} = \pi d^2 / 4 = 3.14 \times 3600 \times \frac{1}{4} \times 10^{-6} = 2.83 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{array} \right]$$

(a) Ισχει η αρχή της εναλλαγής \Rightarrow Οι διοικ οι πρόπτυμα πρώτα σαν να την υπογράψει το γνωματικό φορέα, να σημειωθεί στη διοικ σαν να την θεταινατε στην πλήρωση και οι προσδέσεις αλληλεπικα της φορτίου της εκάστοτε πλήρους.



$$\Delta L_s^{\Delta T} = \alpha_s L_o \Delta T = 12 \times 10^{-6} \times 0.25 \times 60 = 0.18 \text{ mm}$$

$$\Delta L_{Al}^{\Delta T} = \alpha_{Al} L_o \Delta T = 23 \times 10^{-6} \times 0.25 \times 60 = 0.345 \text{ mm.}$$

$$\rightarrow \Delta L_s^f = \Delta L_{Al}^f \rightarrow \Delta L_s^{\Delta T} + \Delta L_s^{fs} = \Delta L_{Al}^{\Delta T} - \Delta L_{Al}^{fs} \rightarrow 0.18 + \Delta L_s^{fs} + \Delta L_{Al}^{fs} = 0.345 - 0.18$$

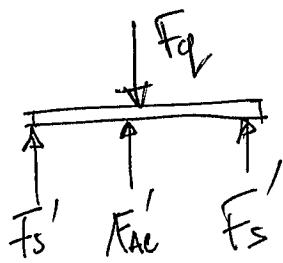
$$\Delta L_s^{fs} + \Delta L_{Al}^{fs} = 0.165 \rightarrow \frac{F_s L_o}{A_s E_s} + \frac{F_{Al} L_o}{A_{Al} E_{Al}} = 0.165 \times 10^3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{F_s \times 0.25}{252 \times 10^6} + \frac{2 F_s \times 0.25}{206.6 \times 10^6} = 0.125 \times 10^3 \rightarrow \frac{F_s 0.25}{252} + \frac{0.5 F_s}{206.6} = 125$$

$$3.412 F_s = 125 \times 10^3 \rightarrow F_s = 36.63 \text{ kN.} \quad (1) \rightarrow F_{Al} = 73.26 \text{ kN}$$



(5)



$$F_q = 90 \text{ kN}.$$

$$\boxed{2F_s' + F_{ae}' = 90 \times 10^3} \quad (2)$$

$$\Delta L_s^{F_s'} = \Delta L_{ae}^{F_{ae}'} \Rightarrow \frac{F_s' L_0}{A_s E_s} = \frac{F_{ae}' L_0}{A_{ae} E_{ae}} \Rightarrow \frac{F_s'}{252} = \frac{F_{ae}'}{206.6} \Rightarrow \boxed{F_s' = 1.22 F_{ae}'} \quad (3)$$

$$\frac{(2)}{(3)} \rightarrow 2 \times (1.22 F_{ae}') + F_{ae}' = 90 \times 10^3 \rightarrow \boxed{F_{ae}' = 26.16 \text{ kN}} \quad (3) \rightarrow \boxed{F_s' = 31.91 \text{ kN}}$$

• Κατά τη δείγματος, η πάρσος ή διπέρα είναι ίδια με τη φόρτωση στην F_q , η πάρσος ή διπέρα $\Rightarrow F_{ae}^{\text{final}} = F_{ae}' + F_{ae} \Rightarrow \boxed{F_{ae}^{\text{final}} = 99.42 \text{ kN}}$ ουσιαστικά

• Κατά τη δείγματος, η πάρσος ή διπέρα θα εφεδρίσουν. Κατά τη φόρτωση στην F_q , η πάρσος διπέρα $\Rightarrow \boxed{F_s^{\text{final}} = F_s - F_s' = 36.63 - 31.91} \quad \boxed{F_s^{\text{final}} = 4.72 \text{ kN}}$ εφεδρίσεις.

(B) Οποιως για τη σταθερότητα / αστάθεια:

$$\Delta L_s \sim \Delta T \Rightarrow \Delta L_s^F = \Delta L_s^{\Delta T} + \Delta L_s^{F_s} = 0.18 \times 10^{-3} + \frac{36.63 \times 10^3 \times 0.25}{1.26 \times 10^3 \times 200 \times 10^3} = 0.18 \times 10^{-3} + 0.036 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{\Delta L_s^{F_s} = 0.22 \text{ mm}}$$

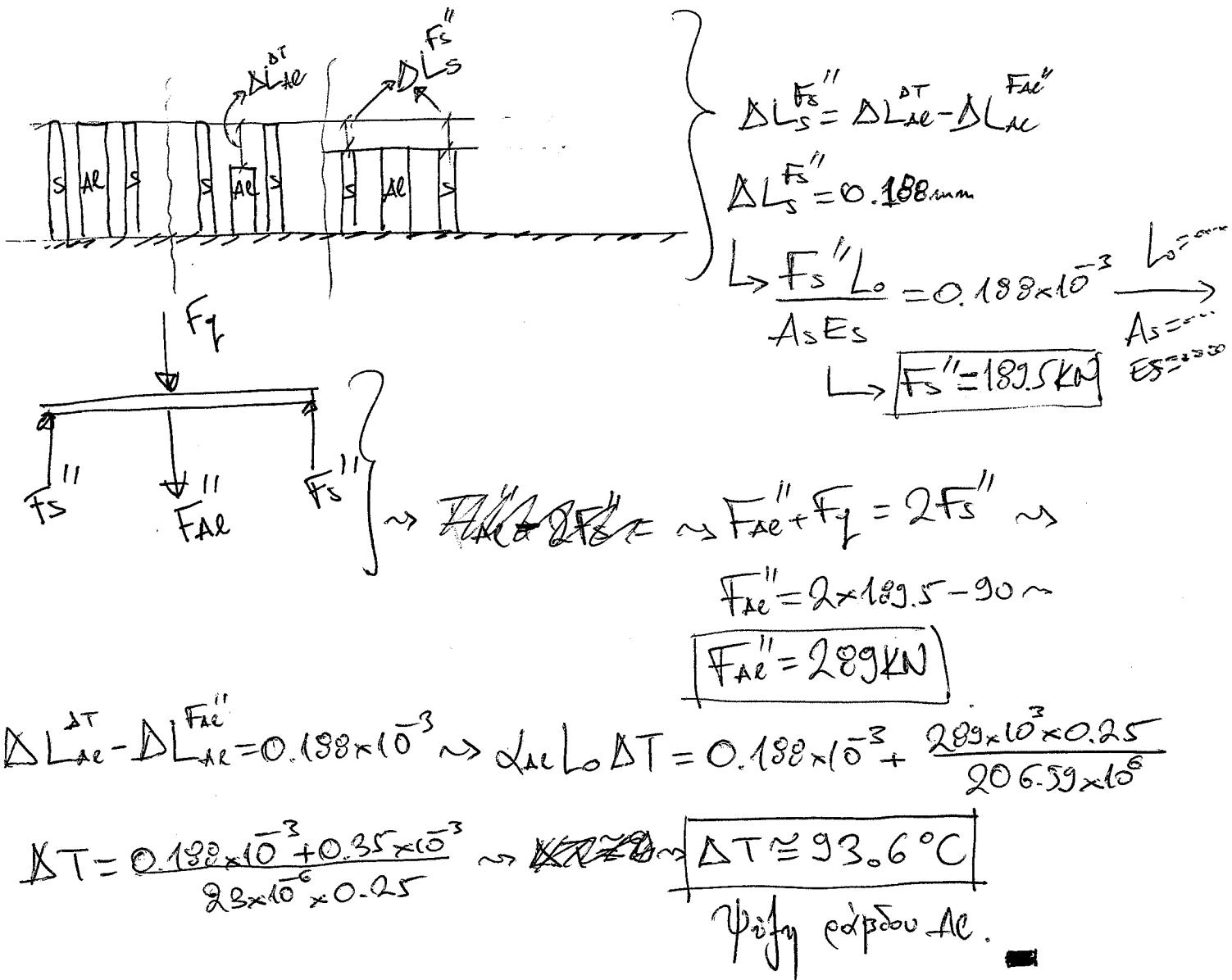
Τούτο αντιστοιχεί με μία μικρή διπέρα δείγματος.

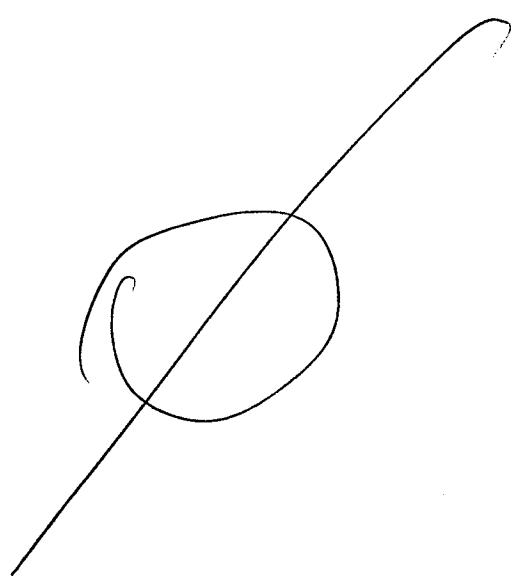
$$F_q \sim \Delta L_s^{F_s'} = \frac{F_s' L_0}{A_s E_s} = \frac{31.91 \times 10^3 \times 0.25}{252 \times 10^6} = 0.032 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{\Delta L_s^{F_s'} = 0.032 \text{ mm}}$$

Τούτο βασιστεί στη μία μικρή της επιπλέον πάρσο του διπέρα.

$$\Delta \uparrow = \Delta L_s^{F_s} - \Delta L_s^{F_s'} = 0.22 - 0.032 \Rightarrow \boxed{\Delta \uparrow = 0.188 \text{ mm}}$$

Σταθερότητας.

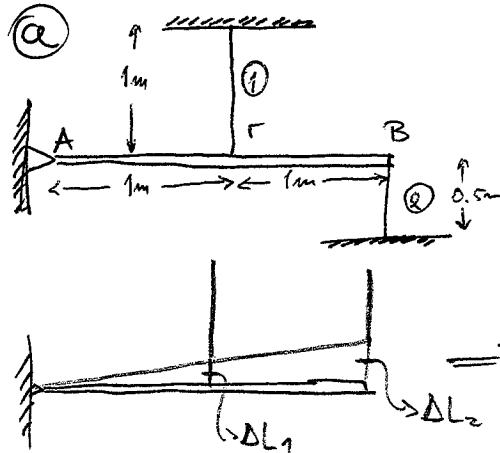




(12)

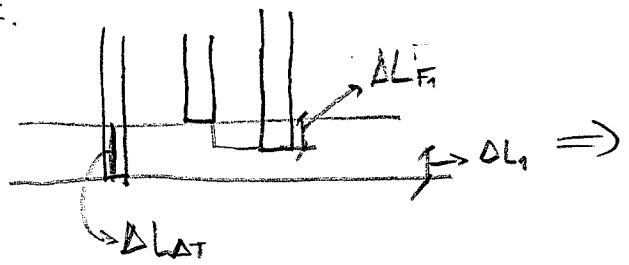
5

a)

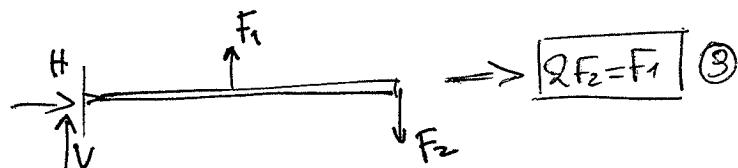


$$\left[\begin{array}{ll} L_1 = 1 \text{ m} & L_2 = 0.5 \text{ m} \\ E_1 = 200 \text{ GPa} & E_2 = 200 \text{ GPa} \\ A_1 = 35 \times 10^{-6} \text{ m}^2 & A_2 = 35 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ \alpha = 6 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} & \end{array} \right]$$

$$\Delta T = -30 \text{ }^\circ\text{C}$$



$$\Delta L_1 = \Delta L_{AT} - \Delta L_{F_1} \quad (2)$$

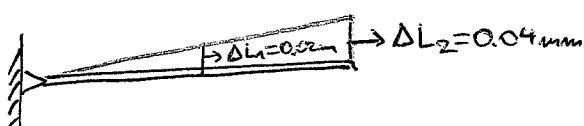


$$\Delta L_{AT} = \alpha L_0 (\Delta T) = 6 \times 10^{-6} \times 1 \times 30 = 0.18 \text{ mm} \rightarrow \underline{\underline{\epsilon_{AT} = 0.18 \times 10^{-3}}}$$

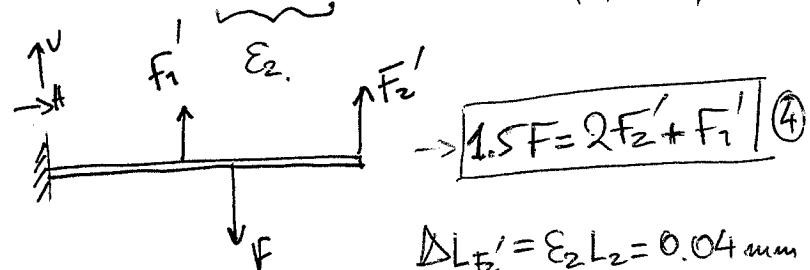
$$1 \xrightarrow{2} \Delta L_2 = 0.36 - 2 \Delta L_{F_1} \rightarrow \frac{F_2 L_2 + 2 F_1 L_1}{AE} = 0.36 \xrightarrow{(3)} \frac{F_2 0.5 + 4 F_1}{35 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^9} = 0.36 \times 10^{-3}$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \\ F_2 &= 560 \text{ N} \quad F_2 = 560 \text{ N} \\ \sigma_1 &= \frac{F_1}{A} \\ \sigma_2 &= \frac{F_2}{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_i = \frac{\sigma_i}{E} &\rightarrow \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{0.16 \times 10^3}{200 \times 10^9} = 0.02 \times 10^{-3} \\ \epsilon_2 = \epsilon_{AT} - \epsilon_1 &\rightarrow \epsilon_2 = 0.18 \times 10^{-3} - 0.02 \times 10^{-3} = 0.16 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_{F_1} = 0.16 \text{ mm} \neq \Delta L_1! \\ \sigma_1 = 32 \text{ MPa} &\rightarrow \epsilon_1 = 0.16 \times 10^{-3} \\ \sigma_2 = 16 \text{ MPa} &\rightarrow \epsilon_2 = 0.08 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_2 = 0.04 \text{ mm} \end{aligned}$$



3) Τηρεται η διαδοχη αυτην και προκαλεσαι βράχυνση στη ριζα 2, ιση με 0.08×10^{-3} και επιγιγνουνται εκθεσεις ριζων 1, ιση με 0.02×10^{-3} .



$$\Delta L_{F_2'} = \epsilon_2 L_2 = 0.04 \text{ mm} \rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{F_2' L_2}{AE} \rightarrow F_2' = 560 \text{ N}$$

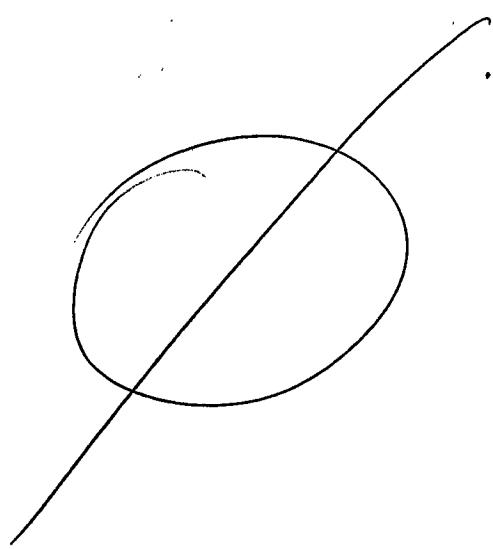
$$\Delta L_{F_1'} = \epsilon_1' L_1 = 0.02 \text{ mm} \rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{F_1' L_1}{AE} \rightarrow F_1' = 140 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} F_1' &= \\ F_2' &= \\ F &= 840 \text{ N} \end{aligned}$$

Τηρηση: Η ριζα 2, ειναι η ισαρισμη, ενω η ριζα 1 ειναι φορησημένη με $F_{2,final} = F_2' + F_1 = 140 + 1120 = 1260 \text{ N}$

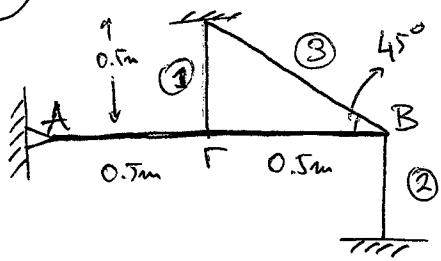
$$\begin{cases} \sigma_2^{final} = \frac{F_2^{final}}{A} \\ \sigma_2^{final} = \sigma_2^{AT} \end{cases}$$

(3)



(14)

(6)



$$L_1 = 0.5 \text{ m} \quad L_2 = 0.4 \text{ m} \quad L_3 = 0.71 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m.}$$

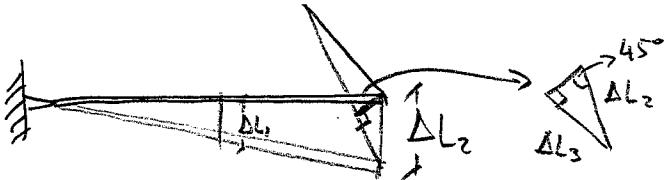
$$A = 40 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$E = 120 \text{ GPa.}$$

$$\sigma_y = 80 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

(a)



$$\sin 45^\circ = \frac{\Delta L_3}{\Delta L_2} \rightarrow \Delta L_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta L_2 \rightarrow \Delta L_3 = 0.71 \Delta L_2$$

$$\Delta L_2 = 2 \Delta L_1 \rightarrow \boxed{\Delta L_3 = \sqrt{2} \Delta L_1}$$

$$\boxed{\Delta L_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta L_2}$$

$$\boxed{\Delta L_2 = 2 \Delta L_1}$$

$$F_{3y} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_3$$

$$\Rightarrow 2F_{3y} = F_1 + 2F_2 \rightarrow \boxed{\sqrt{2} F_3 = F_1 + 2F_2}$$

→ Προσοχή! Η F_3 αναφέρεται σα γύρη που αποκείται σα 3 Τόρνος και δεν είναι το γύρος που συνιδρύεται με τη γύρη δοκού καν τως αίσθεται φαίνεται. Η επιγέγκυη ΔL_3 δεν τανιζεται με την επιγέγκυη γύρη της F_3 , αλλα με τη γύρη σιαφοειδης της $\Delta L_{\text{ΔT}} - \Delta L_{F_3}$. Μάλιστα, η F_3 είναι διαντική.

Στα Α

$$\Rightarrow \Delta L_2 = 2 \Delta L_1 \rightarrow \frac{F_2 L_2}{AE} = 2 \frac{F_1 L_1}{AE} \rightarrow F_2 \cdot 0.4 = 2 F_1 \cdot 0.5 \xrightarrow[F_2 = 0.4 F_1]{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 0.4} \underline{\underline{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 0.4}}$$

$$\Delta L_3 = \sqrt{2} \Delta L_1 \rightarrow \frac{F_3 L_3}{AE} = \sqrt{2} \frac{F_1 L_1}{AE} \rightarrow F_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} F_1 \frac{1}{2} \rightarrow F_1 = F_3 \rightarrow \underline{\underline{\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = 1}}$$

$$\Delta L_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta L_2 \rightarrow \frac{F_3 L_3}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F_2 L_2}{AE} \rightarrow F_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 \cdot 0.4 \rightarrow F_3 = 0.4 F_2 \rightarrow \underline{\underline{\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = 0.4}}$$

$$\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \frac{\sigma_{2y}}{\sigma_{1y}} \right) = 1.5 \equiv A$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \frac{\sigma_{1y}}{\sigma_{3y}} \right) = 0 \equiv B$$

$$\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3} - \frac{\sigma_{2y}}{\sigma_{3y}} \right) = 1.5 \equiv C$$

Πρώτη αναρρίχηση πρώτος 2.
 $A > B$
 $C > B$

(15)

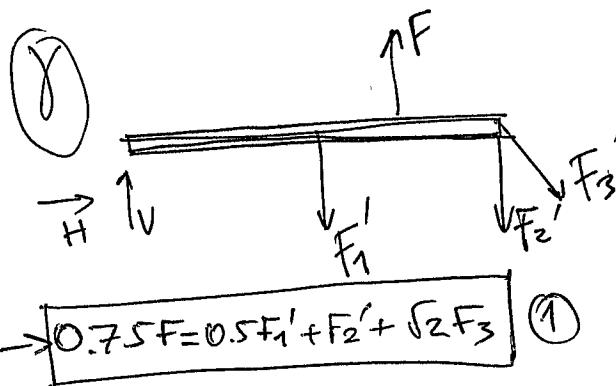
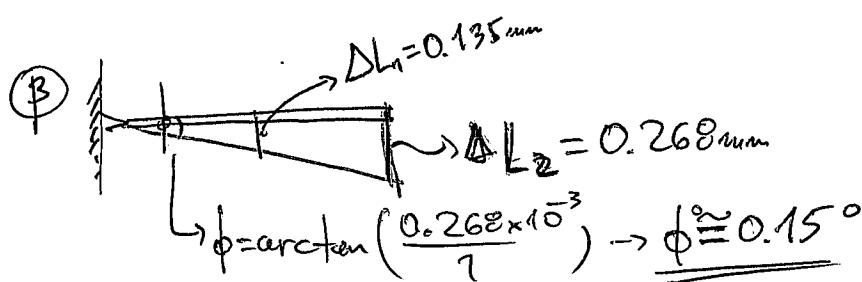
$$\sigma_y = 80 \text{ MPa} \rightarrow F_{2y} = 80 \times 10^6 \times 40 \times 10^6 \rightarrow F_{2y} = 3.2 \text{ kN.}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow F_1 &= 1.28 \text{ kN} \rightarrow \sigma_1 = 32 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_1 = 0.27 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_1 = 0.135 \text{ mm} \\ \rightarrow F_2 &= 3.2 \text{ kN} \rightarrow \sigma_2 = \sigma_{2y} = 80 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_2^F = 0.67 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_2 = 0.268 \text{ mm} \\ \rightarrow F_3 &= 1.28 \text{ kN.} \rightarrow \sigma_3 = 32 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon_3^F = 0.27 \times 10^{-3} \rightarrow \Delta L_3^F = 0.192 \text{ mm.} \end{aligned}$$

$$\Delta L_3^F = \sqrt{2} \Delta L_1. \rightarrow \Delta L_3^F = 0.379 \text{ mm.}$$

$$\Delta L_3^{\Delta T} = \Delta L_3^{\Delta T} - \Delta L_3^F \Rightarrow \Delta L_3^{\Delta T} = \Delta L_3^F + \Delta L_3^F \Rightarrow \Delta L_3^{\Delta T} = 0.379 \text{ mm} + 0.192 \text{ mm}$$

$$\Delta L_3^{\Delta T} = 0.571 \text{ mm} \rightarrow \Delta L^{\Delta T} = aL_0 \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{0.571 \times 10^{-3}}{12 \times 10^6 \times 0.71} \rightarrow \boxed{\Delta T = 67^\circ C}$$



$$\Rightarrow F_2' = F_2, F_1' = F_1, F_3' \neq F_3.$$

$$\Delta L_3^{F_3'} = 0.379 \times 10^{-3} = \frac{F_3' \times 0.71}{40 \times 10^6 \times 120 \times 10^3} \rightarrow F_3' = 2.66 \text{ kN.}$$

→ Τηνει η F_2' να προκαλεσει εντικουν συ ριπδο 2 ism + $\Delta L_2 = 0.268 \text{ mm}$.
Αντιστοχη, η F_1' να προκαλεσει πράγματα συ ριπδο 1 ism + $\Delta L_1 = 0.135 \text{ mm}$.
Τέλος, η F_3' πρέπει να προκαλεσει πράγματα συ 3 ism + $\Delta L_3^F = 0.379 \text{ mm}$.

①

$\boxed{F = 10.12 \text{ kN}}$

→ Η ριπδος 1, ειναι αφεντη και σω φυσικο με τηρηδος.

→ Η ριπδος 2 → iδα.

→ Η ριπδος 3 ειναι τηρ σω φυσικο με τηρηδος και με πρωτευη διαντικα κατια $F_3^{\text{final}} = F_3 + F_3' = 1.28 + 2.66 \rightarrow F_3^{\text{final}} = 3.94 \text{ kN.}$

(16)

$$\rightarrow \sigma_3^{\text{final}} = 98.5 \text{ MPa} \approx \sigma_3^{\Delta T}$$