

Κωνσταντίνος Σκούρας

Συνθεση και Αναλυση Συστηματων Ελεγχου, 20/2/2010

ΕΠΙΛΟΓΗ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ
2=40 min

Θ1. (Μοναδες 2) Δινεται το συστημα $\dot{x} = Ax$, $A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$. Δειξτε οτι ολες οι ιδιοτιμες του A εχουν πραγματικο μερος γνησιως αρνητικο, Χρησιμοποιωντας (1) το κριτήριο Routh, (2) Το Θεώρημα La Salle με $V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$. *ΧΑ και Routh*

Θ2. (Μοναδες 2) Προσδιορίστε τους ελέγξιμους υποχώρους του συστήματος

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

για τις διαφορες τιμες των παραμετρων a, b, c, d και μελετηστε την δυνατοτητα σταθεροποιησης.

Θ3. (Μοναδες 3) Δινεται το συστημα $\dot{x} = Ax + ub$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$. Δειξτε οτι (1) Η συνθηκη $\text{rank}(lI - A, b) = n, \forall l \in \mathbb{C}$ ειναι αναλλοιωτη μεσω γραμμικης αλλαγης συντεταγμενων (2) Η προηγουμενη συνθηκη συνεπαγεται ελεγξιμοτητα του συτηματος.

Θ4. (Μοναδες 2) Δειξτε οτι, αν (c, A) ανιχνευσιμο, τοτε για το συστημα $\dot{x} = Ax$, $y = cx$ ισχυει η συνεπαγωγη $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) (= cx(t)) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$. *⇒ γράψε και το ←*

Θ5. (Μοναδες 2) Δωστε την ικανη και αναγκαια συνθηκη ωστε το πολυωνυμο $p(s) = s^3 + as^2 + bs + c$ να ειναι Hurwitz και στην συνεχεια πιστοποιειστε οτι αυτη η συνθηκη συνεπαγεται οτι καθε ελαχιστη πραγματοποιηση της $H(s) := \frac{s^2 - s}{p(s)}$ ειναι ελεγξιμη και παρατηρησιμη.

Κατασκευαστε στην συνεχεια μια ελαχιστη πραγματοποιηση.

Θ6. (Μοναδες 2) Κατασκευάστε έναν παρατηρητή και ένα δυναμικό σταθεροποιητή για ενα ελεγξιμο και παρατηρησιμο γραμμικο συστημα (c, A, b) (πληρης αναλυση και αιτιολογηση). *→ γιατί το e → 0*

Θ7. (Μοναδες 3). (1) Δείξτε ότι κάθε πίνακας Hankel του συστηματος $\dot{x} = Ax + ub$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$, $y = cx \in \mathbb{R}$ παραμενει αναλλοιωτος μεσω γραμμικης αλλαγης συντεταγμενων. (2) Δείξτε ότι, αν τα πολυωνυμα $p(s)$ και $q(-s)$ ειναι Hurwitz και βαθμου n_1, n_2 , αντιστοιχα, τοτε καθε ελαχιστη πραγματοποιηση της εν παραλλήλω καθως και της εν σειρας σύνδεσης των συστηματος με συναρτησεις μεταφορας $H1 = \frac{1}{p(s)}$, $H2 = \frac{1}{q(s)}$, αντιστοιχα, ειναι συστημα ελέγξιμα και παρατηρησιμα ταξεως $n_1 + n_2$ και στις δυο περιπτωσεις.

Σύνολο (12)!

3

4 3

$c + 2d \neq$

$$3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{5}$$