ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Έβδομο Εξάμηνο

Διδάσκων: Ι. Κολέτσος **Κανονική Εξέταση 2009**

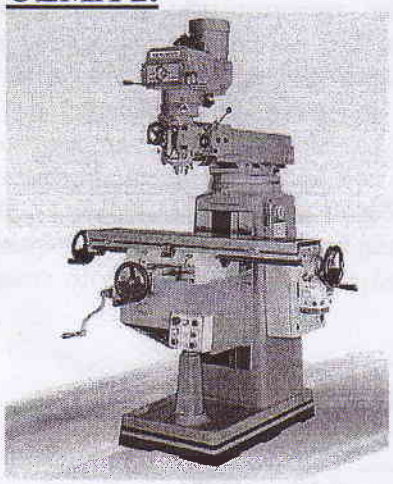
Ονοματεπώνυμο Φοιτητή:_____ **Εξάμηνο:**_____

ΘΕΜΑ 1.

1. Να γραφεί η **μορφή του γενικού προβλήματος** γραμμικού προγραμματισμού (Π.Γ.Π.), με τη βοήθεια πινάκων. Να οριστεί προσεκτικά η διάσταση των πινάκων.
2. Να δοθεί η **κανονική μορφή** του προβλήματος.
3. Να ορισθούν οι **Περιθώριες**, οι **Χαλαρές**, και οι **Πλεονασματικές** μεταβλητές.
4. Να οριστεί η **Βασική Λύση** ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
5. Να οριστεί η **Βασική Εφικτή Λύση** ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
6. Να οριστεί η **Μη Εκφυλισμένη Βασική Εφικτή Λύση** ενός Π.Γ.Π.
7. Να αποδειχτεί ότι «αν το σύνολο $U = \{x \in \Re^r / Ax = b,\ x \geq 0\}$, είναι μη κενό και φραγμένο τότε η αντικειμενική συνάρτηση $f(x) = c^T x$ λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της σε ένα ακραίο σημείο του U».

(3 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 2.



Μία εταιρεία παράγει 4 είδη προϊόντων: Α, Β, Γ, Δ. Κάθε μονάδα **προϊόντος Α** απαιτεί **2 ώρες** φρεζαρίσματος (με το μηχάνημα της διπλανής εικόνας http://www.tm.teiher.gr/SHMEIOSEIS/Downloads/mathimata/kataskevastikes_texnologies/3-3-CUT.pdf), **1 ώρα** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **10€**. Κάθε μονάδα **προϊόντος Β** απαιτεί **1 ώρα** φρεζαρίσματος, **3 ώρες** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **5€**. Κάθε μονάδα **προϊόντος Γ** απαιτεί **2,5 ώρες** φρεζαρίσματος, **2,5 ώρες** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **2€**. Τέλος, κάθε μονάδα **προϊόντος Δ** απαιτεί **5 ώρες** φρεζαρίσματος, **καθόλου ώρες** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **12€**.

Η εταιρεία διαθέτει **1200 ώρες** φρεζαρίσματος και **1600 ώρες** συναρμολόγησης τον μήνα. Επιπροσθέτως δεν μπορεί να διαθέσει περισσότερα από **10000€** το μήνα για την αγορά πρώτων υλών. Κάθε μονάδα προϊόντος Α αποφέρει κέρδος **40€**, κάθε μονάδα προϊόντος Β αποφέρει κέρδος **24€**, κάθε μονάδα προϊόντος Γ αποφέρει κέρδος **36€** και κάθε μονάδα προϊόντος Δ αποφέρει κέρδος **23€.** Μηνιαίως δεν είναι δυνατόν να απορροφηθούν από την αγορά περισσότερες από **200** μονάδες προϊόντος Α. Ακόμα δεν μπορούν να πουληθούν πάνω από **160** μονάδες προϊόντος Γ ενώ μπορεί να πουληθεί απεριόριστη ποσότητα μονάδων από τα προϊόντα Β και Δ.. Η εταιρεία έχει μέσω συμβολαίου αναλάβει τη δέσμευση να πουλάει **100** μονάδες προϊόντος Δ τον μήνα σε συγκεκριμένο πελάτη της.. Η εταιρεία επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα μηνιαία κέρδη της, μέσω της παραγωγής και πώλησης των 4 προϊόντων της.

1. Να γίνει η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.

Σας παραθέτω στο τέλος των εκφωνήσεων την **αναφορά επίλυσης**, την **αναφορά ευαισθησίας** και την **αναφορά ορίων** από την επίλυση του ανωτέρω προβλήματος σε κατάλληλο φύλλο εργασίας. Με βάση αυτές τις αναφορές και μόνον, να απαντήσετε τα ερωτήματα που ακολουθούν.

2. Ποια είναι η λύση του προβλήματος; Πόσες μονάδες από κάθε προϊόν συμφέρει να παραχθούν; Σε ποιους περιορισμούς υπάρχει έλλειμμα ή περίσσευμα; Ποιο είναι το βέλτιστο κέρδος;
3. Ποιά είναι η οικονομική αξία μιας επιπλέον ώρας φρεζαρίσματος; Μιας επιπλέον διαθέσιμης ώρας συναρμολόγησης; Ενός επιπλέον € στο διαθέσιμο ανά μήνα κεφάλαιο για την αγορά πρώτων υλών;
4. Αν υποτεθεί ότι η εταιρεία είναι σε θέση να διαθέσει χρήματα σε διαφημιστική δαπάνη, ώστε να επιτευχθεί η αύξηση της ζήτησης του προϊόντος Α ή Γ. Τι ποσό μπορεί να διαθέσει η εταιρεία σε διαφήμιση, προκειμένου να αυξηθεί η ζήτηση του προϊόντος Α κατά **1** μονάδα; Προκειμένου να αυξηθεί η ζήτηση του προϊόντος Β κατά **1** μονάδα;
5. Το συμβόλαιο για την διάθεση στον πελάτη μας του προϊόντος Δ, έχει ρήτρα αύξησης κατά **30%** του μεγέθους αυτής της παραγγελίας. Τι επίδραση θα είχε στο βέλτιστο κέρδος μας αν ο πελάτης ενεργοποιήσει αυτή την ρήτρα;
6. Λόγω μιας νέας μεθόδου παραγωγής για το προϊόν Γ, που προτάθηκε από τον υπεύθυνο παραγωγής (απόφοιτο της ΣΕΜΦΕ), το κέρδος από κάθε μονάδα προϊόντος Γ αυξήθηκε σε **46€**. Πώς θα αλλάξει η λύση; Πόσες μονάδες από κάθε προϊόν πρέπει να παραχθούν τώρα; Πόσο θα αλλάξει το κέρδος;
7. Ο απόφοιτος της ΣΕΜΦΕ (λαμπρός νέος και πολλά υποσχόμενος επιστήμονας) πρότεινε την παραγωγή ενός νέου προϊόντος Ε. Κάθε μονάδα του Ε απαιτεί **2 ώρες** φρεζαρίσματος, **5 ώρες** συναρμολόγησης και πρώτες ύλες αξίας **20€**. Το κέρδος από μια μονάδα Ε είναι **50€**. Πρέπει να παραχθούν κάποιες μονάδες από το Ε, ή η εταιρεία δεν πρέπει να ασχοληθεί καθόλου με την εισαγωγή του Ε;

(3 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 3.

Η ΠΛΑΚΟ μια βιομηχανία παραγωγής πλαστικών, επιθυμεί να επεκτείνει την δυναμικότητα παραγωγής της. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους: απασχολώντας υπερωριακά το προσωπικό της στις υπάρχουσες εγκαταστάσεις ή αποκτώντας πρόσβαση (νοικιάζοντας) επιπλέον νέες εγκαταστάσεις. Η παραγωγή με υπερωριακή απασχόληση του εργατικού δυναμικού επιβαρύνει κάθε μονάδα παραγόμενου προϊόντος με **3€** σε σχέση με το αντίστοιχο προϊόν που παράγεται κανονικά, το δε σύνολο των παραγόμενων με αυτόν τον τρόπο προϊόντων δεν μπορεί να υπερβαίνει τις **15000 μονάδες** το χρόνο. Ενοικιάζοντας τις νέες εγκαταστάσεις η βιομηχανία θα επωμισθεί ένα επιπλέον ετήσιο κόστος ενοικίου **25000€**. Οι εργάτες που θα απασχοληθούν στο νέο εργοστάσιο θα αμειφτούν με το αντίτιμο της κανονικής και όχι της υπερωριακής εργασίας. Ετησίως στο νέο εργοστάσιο μπορούν να παραχθούν έως **20000 μονάδες**. Η ΠΛΑΚΟ διαθέτει τμήμα προγραμματισμού και στατιστικής ανάλυσης, που μετά από σχετική έρευνα εκτίμησε ότι η αύξηση της ζήτησης για τα προϊόντα της, πέραν των μονάδων που παράγει στο υπάρχον εργοστάσιο και στο κανονικό ωράριο παρουσιάζει την ακόλουθη κατανομή:

ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΗ ΖΗΤΗΣΗ (ΕΤΗΣΙΑ)	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ
5000	0.30
10000	0.50
15000	0.20

1. Να σχεδιάσετε κατάλληλο δένδρο για το πρόβλημα και να βρείτε τη βέλτιστη απόφαση που ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο κόστος.

Υποθέστε ότι μια εταιρεία ερευνών προσφέρεται να διενεργήσει μια έρευνα προκειμένου να προσδιορίσει με ακρίβεια την ζήτηση για την αυξημένη ποσότητα που πρόκειται να παρουσιαστεί στο μέλλον, με χρέωση **1000€**.

2. Θα συμβουλεύατε την ΠΛΑΚΟ να παραγγείλει την έρευνα; Δικαιολογείστε πλήρως την απάντησή σας.
3. Ποιο είναι το αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας (EOL) της βέλτιστης απόφασης του 1ου ερωτήματος.

(2 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 4.

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\text{Maximize } z = 6x + 5y$$

υπό τους περιορισμούς :

$$8x + 11y \le 28$$
$$4x + 3y \le 8$$
$$x, y \ge 0$$

13_2

i. Να λυθεί το πρόβλημα με τη γραφική μέθοδο.
ii. Να λυθεί το πρόβλημα με τη μέθοδο Simplex.
iii. Με χρήση μετασχηματισμών πινάκων ή όπως αλλιώς επιθυμείτε να μετατρέψετε το αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό του.

(2 Μονάδες)

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 30 λεπτά

Καλή επιτυχία

$$m = 6x + 5y \Rightarrow m - 6x - 5y = 0$$
$$8x + 11y + s_1 = 28$$
$$4x + 3y + s_2 = 8$$
$$x, y, s_1, s_2 \geq 0$$

ΘΕΜΑ 2	ΠΡΟΙΟΝ Α	ΠΡΟΙΟΝ Β	ΠΡΟΙΟΝ Γ	ΠΡΟΙΟΝ Δ	
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ	100	500	0	100	
					ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	40	24	36	23	**18300**

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ					ΣΥΝΟΛΟ ΠΟΡΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ		ΟΡΙΟ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ	SLACK	SURPLUS
ΩΡΕΣ ΦΡΕΖΑΡΙΣΜΑΤΟΣ	2	1	2.5	5	1200	<=	1200	0	
ΩΡΕΣ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ	1	3	2.5	0	1600	<=	1600	0	
ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ	10	5	2	12	4700	<=	10000	5300	
ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Α	1				100	<=	200	100	
ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Γ			1		0	<=	160	160	
ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ Δ				1	100	>=	100		0

ΘΕΜΑ 2	ΠΡΟΙΟΝ Α	ΠΡΟΙΟΝ Β	ΠΡΟΙΟΝ Γ	ΠΡΟΙΟΝ Δ	
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ	100	500	0	100	
					TOTAL PROFIT
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	40	24	36	23	=SUMPRODUCT(B2:E2,B4:E4)

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ					ΣΥΝΟΛΟ ΠΟΡΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ		ΟΡΙΟ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ	SLACK	SURPLUS
ΩΡΕΣ ΦΡΕΖΑΡΙΣΜΑΤΟΣ	2	1	2.5	5	=SUMPRODUCT(B$2:E$2,B6:E6)	<=	1200	=H6-F6	
ΩΡΕΣ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ	1	3	2.5	0	=SUMPRODUCT(B$2:E$2,B7:E7)	<=	1600	=H7-F7	
ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ	10	5	2	12	=SUMPRODUCT(B$2:E$2,B8:E8)	<=	10000	=H8-F8	
ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Α	1				=SUMPRODUCT(B$2:E$2,B9:E9)	<=	200	=H9-F9	
ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Γ			1		=SUMPRODUCT(B$2:E$2,B10:E10)	<=	160	=H10-F10	
ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ Δ				1	=SUMPRODUCT(B$2:E$2,B11:E11)	>=	100		=F11-H11

Answer Report

Worksheet: [Book1]Sheet1

Report Created: 2/18/2009 3:07:50 AM

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
$F$6	ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ	0	18300

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
$B$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Α	0	100
$C$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Β	0	500
$D$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Γ	0	0
$E$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Δ	0	100

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
$F$9	ΩΡΕΣ ΦΡΕΖΑΡΙΣΜΑΤΟΣ	1200	$F$9<=$H$9	Binding	0
$F$10	ΩΡΕΣ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ	1600	$F$10<=$H$10	Binding	0
$F$11	ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ	4700	$F$11<=$H$11	Not Binding	5300
$F$12	ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Α	100	$F$12<=$H$12	Not Binding	100
$F$13	ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ C	0	$F$13<=$H$13	Not Binding	160
$F$14	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ D	100	$F$14>=$H$14	Binding	0
$B$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Α	100	$B$3>=0	Not Binding	100
$C$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Β	500	$C$3>=0	Not Binding	500
$D$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Γ	0	$D$3>=0	Binding	0
$E$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Δ	100	$E$3>=0	Not Binding	100

Sensitivity Report

Worksheet: [Book1]Sheet1

Report Created: 2/18/2009 3:07:50 AM

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
$B$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Α	100	0	40	8	16
$C$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Β	500	0	24	73	4
$D$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Γ	0	-16	36	16	1E+30
$E$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Δ	100	0	23	73	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
$F$9	ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΤΗΤΑ ΩΡΩΝ ΦΡΕΖΑΡΙΣΜΑΤΟΣ	1200	19.2	1200	166.6666667	166.6666667
$F$10	ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΤΗΤΑ ΩΡΩΝ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ	1600	1.6	1600	500	500
$F$11	ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ	4700	0	10000	1E+30	5300
$F$12	ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ Α ΣΥΝΟΛΟ ΠΟΡΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ	100	0	200	1E+30	100
$F$13	ΖΗΤΗΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ C ΣΥΝΟΛΟ ΠΟΡΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ	0	0	160	1E+30	160
$F$14	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ D ΣΥΝΟΛΟ ΠΟΡΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ	100	-73	100	33.33333333	33.33333333

Limits Report

Worksheet: [Book1]Limits Report 1
Report Created: 2/18/2009 3:07:50 AM

Cell	Target Name	Value
$F$6	ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ	18300

Cell	Adjustable Name	Value	Lower Limit	Target Result	Upper Limit	Target Result
$B$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Α	100	0	14300	100.0000003	18300.00001
$C$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Β	500	0	6300	500	18300
$D$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Γ	0	0	18300	0	18300
$E$3	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΠΡΟΙΟΝ Δ	100	100	18300	100	18300