

$$28 - 192x_1^2 = 0 \quad \frac{28}{192} - x_1 = 0 \quad \frac{16}{192} + \frac{12}{192} - x_1 = 0$$

Εξέταση μαθήματος Βελτιστοποίησης
ΣΕΜΦΕ

$$f - 4Bx_1^2 = 0$$

$$4Bx_1^2 = f \Rightarrow x_1^2 = \frac{f}{4B}$$

Θέμα 1

α) Έστω $f : S \subset R^n \rightarrow R$ κυρτή, με S κυρτό. Αποδείξτε ότι το $\bar{x} \in S$ είναι σημείο ελαχίστου της f στο S αν και μόνο αν είναι σημείο τοπικού ελαχίστου στο S .

β) Αν επιπλέον η συνάρτηση είναι αυστηρά κυρτή, αποδείξτε ότι το σημείο αυτό είναι μοναδικό.

γ) Έστω $f : S \subset R^n \rightarrow R$ μία συνάρτηση συνεχής και πιεστική, όπου S μη κενό, κλειστό και μη φραγμένο σύνολο. Αποδείξτε ότι η f έχει τουλάχιστον ένα σημείο ελαχίστου στο S .

(2 βαθμοί)

21/09/2007

Θέμα 2

Έστω η $f(x) : R^2 \rightarrow R$, $f(x) = x - y$ και το σύνολο $U = \{(x, y) \in R^2 : 3x^2 + 4y^2 \leq 1\}$.

Να αποδειχθεί ότι υπάρχει σημείο ελαχίστου της f στο U , και να υπολογιστεί αυτό με βάση το θεώρημα των πολλαπλασιαστών Kuhn-Tucker-Lagrange.

(2 βαθμοί)

Θέμα 3

3) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x-1)^2 + 2$. Να εφαρμοστεί η μέθοδος της Χρυσής τομής στο διάστημα $[0.7, 2.5]$ για τον υπολογισμό του ελαχίστου. (Να εκτελεστούν 2 βήματα μόνο). ~~Δίκι αρκετός βιβλίου~~

(2 βαθμοί)

$$p=4q$$

Δίνονται οι αριθμοί της χρυσής τομής: $p=0.38$, $q=0.62$.

Θέμα 4

Να υπολογιστεί ακριβώς ο συντελεστής α που σχετίζεται με τη μέθοδο κλίσης με βέλτιστο βήμα όταν εφαρμόζεται στην τετραγωνική συνάρτηση $f : R^n \rightarrow R$, $f(x) = (1/2)x^T Ax - b^T x$, όπου ο πίνακας A είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Να εκτελεστεί μία επανάληψη της μεθόδου με $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $x_0 = (0, 0)^T$, $b = (1, 1)^T$.

(3 βαθμοί).

Θέμα 5

(α) Δίνονται οι περιορισμοί

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x + y = 1, x - y = 1.$$

Να βρεθεί κατάλληλη ποινικοποιημένη συνάρτηση που αντιστοιχεί στους παραπάνω περιορισμούς.

(β) Να περιγράψετε τη μέθοδο των ποινών για τη συνάρτηση ποινής που αντιστοιχεί στους περιορισμούς του ερωτήματος (α).

(2 βαθμοί).

Καλή επιτυχία. Διάρκεια εξέτασης, 2 & ½ ώρες.

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial y} = 4B$$

$$+ \frac{\partial F_z}{\partial z} = 4B$$

$$\frac{1+\sqrt{1}}{4B} 6x = 0 \Rightarrow 4B + 6\sqrt{1}x = 0$$

$$6\sqrt{1}x = -4B$$

$$x = \frac{-4B}{6\sqrt{1}}$$

$$= 0 \quad x = -\frac{2\sqrt{1}}{3}$$