



Ανάλυση Χρονοσειρών
Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2006
ΣΕΜΦΕ

Ζήτημα 1^ο. Να δείξετε ότι η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς $\gamma(\cdot)$ μιας στάσιμης χρονοσειράς $\{X_t : t \in \mathbb{Z}\}$ είναι άρτια και γνήσια μη αρνητική. Ισχύει και το αντίστροφο;

Ζήτημα 2^ο. Να εξετάσετε για ποιες τιμές του ϕ η χρονοσειρά

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t \quad \text{με } \{Z_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma^2)$$

είναι στάσιμη. Ποια η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης αυτής;

Ζήτημα 3^ο.

(i) Να δοθεί ο ορισμός της *αιτιατότητας* καθώς και ο ορισμός της *αντιστρεψιμότητας* για μια χρονοσειρά ARMA(p,q):

$$\Phi_p(B)X_t = \Theta_q(B)Z_t \quad (t \in \mathbb{Z}), \quad \text{όπου } \{Z_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma^2).$$

(ii) Να εξεταστούν ως προς την αιτιατότητα και την αντιστρεψιμότητα οι παρακάτω χρονοσειρές:

$$(\alpha) \quad X_t + 0.2X_{t-1} - 0.48X_{t-2} = Z_t.$$

$$(\beta) \quad X_t + 1.8X_{t-1} - 0.81X_{t-2} = Z_t.$$

Ζήτημα 4^ο.

(i) Να δοθεί ο ορισμός, η ερμηνεία και η εκτιμήτρια της συνάρτησης μερικής αυτοσυσχέτισης $a(h)$.

(ii) Να δοθεί η έκφραση της εκτιμήτριας $\hat{\gamma}(h)$ της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς $\gamma(h)$ μιας στάσιμης χρονοσειράς $\{X_t : t \in \mathbb{Z}_+\}$ και να αποδείξετε ότι ο αντίστοιχος πίνακας αυτοσυνδιασποράς $\hat{\Gamma}_n = [\hat{\gamma}(i-j)]_{i,j=1}^n$ είναι γνήσια μη αρνητικός (non-negative definite).

Διάρκεια εξέτασης: 2 ½ h.