

ΑΛΓΕΒΡΑ Ι - ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1

ΣΕΜΦΕ, 7ο Εξάμηνο, ακ. έτος 2010-11

1. Εστω $G = \{1, i, j, k, -1, -i, -j, -k\}$ εφοδιασμένο με γινόμενο, τέτοιο ώστε να ισχύουν οι σχέσεις: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k = -ji$, $jk = i = -kj$, $ki = j = -ik$, $(-1)(-1) = 1$, $(-1)i = -i$ κ.λ.π.
 - α) Δείξτε ότι η (G, \cdot) είναι ομάδα.
 - β) Βρείτε οκτώ 2×2 πίνακες με μιγαδικά στοιχεία, που να αντιστοιχούν ισομορφικά στα στοιχεία της (G, \cdot) .
2. Βρείτε όλες τις διαφορετικές δομές ομάδων με 5 στοιχεία και με 6 στοιχεία.
3. Λύστε τις ασκήσεις 32, 33, 35, 36, 37, 38, 41, 42 σελίδα 71 (Υποομάδες) από το βιβλίο του John B. Fraleigh ‘Εισαγωγή στην Αλγεβρά’. Στην Άσκηση 42 η ομάδα εννοείται πεπερασμένη.

Παράδοση: 18 Νοεμβρίου 2011.

Σ. Λαμπροπούλου