



**6<sup>ο</sup> εξάμηνο Σχολής ΕΜΦΕ ΕΜΠ (Κατευθύνσεις Μαθηματικού και Φυσικού Εφαρμογών)**

**Εξέταση επαναληπτικής περιόδου στη «Θεωρία Ελαστικότητας»**

**Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Δ. Ευταξιόπουλος**

**30-9-2009**

**Θέμα 1 (40%)**

Για ένα πρόβλημα της ελαστικότητας στο επίπεδο, δίνεται η κατανομή των τάσεων

$$\sigma_{xx} = Axy \quad (1)$$

$$\sigma_{xy} = B + Cy^2 \quad (2)$$

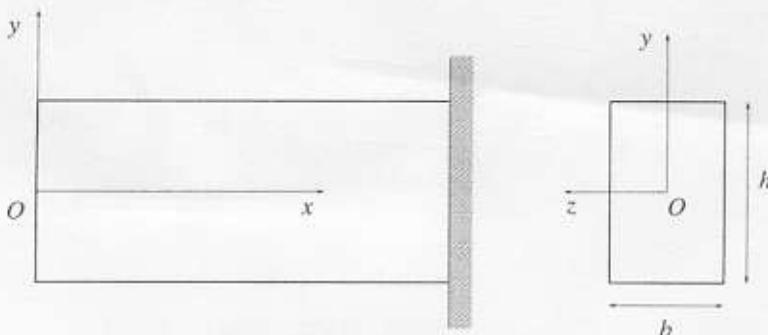
$$\sigma_{yy} = 0 \quad (3)$$

όπου τα  $A$ ,  $B$ , και  $C$  είναι σταθερές.

1. Δείξτε ότι οι εξισώσεις ισορροπίας ικανοποιούνται όταν

$$C = -\frac{A}{2} \quad (4)$$

2. Δείξτε ότι η κατανομή τάσεων που δίνεται από τις σχέσεις (1) - (3), αποτελεί λύσης ενός προβλήματος της ελαστικότητας στο επίπεδο.
3. Τι είδους φορτίο (συγκεντρωμένο ή κατανεμημένο) και σε ποια έδρα πρέπει να ασκείται στον πρόβολο του σχήματος, έτσι ώστε η κατανομή τάσεων που περιγράφεται από τις σχέσεις (1) - (3), να δίνει την κατανομή των τάσεων στον πρόβολο; Να υπολογιστούν οι σταθερές  $A$ ,  $B$  και  $C$  σαν συνάρτηση του φορτίου, του πάχους  $b$  και του ύψους  $h$  της διατομής του προβόλου.



**Θέμα 2 (30%)**

Το πεδίο των τάσεων για την καθαρή στρέψη ράβδου κυκλικής διατομής, δίνεται από τις σχέσεις

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{23} = 0 \quad (5)$$

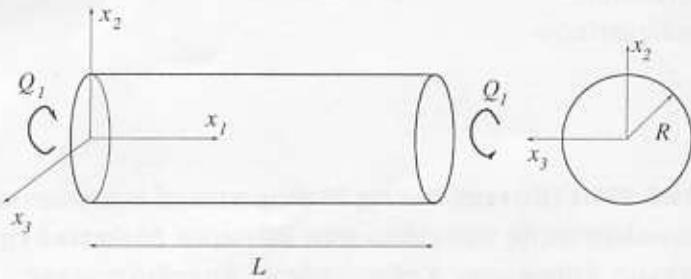
$$\sigma_{12} = -\mu \alpha x_3 \quad (6)$$

$$\sigma_{13} = \mu \alpha x_2 \quad (7)$$

όπου  $\mu$  είναι το μέτρο διάτμησης του υλικού της ράβδου και  $\alpha$  είναι μια σταθερά.

1. Υπολογίστε την πυκνότητα ενέργειας παραμόρφωσης στη ράβδο.

2. Βρείτε τη συνολική ενέργεια παραμόρφωσης στη ράβδο μήκους  $L$  και ακτίνας  $R$ .



### Θέμα 3 (30%)

Για την τριγωνική πλάκα του σχήματος, που φορτίζεται με θλιπτικό ομοιόμορφο φορτίο  $p$  στην έδρα  $y = 0$ , δίνεται η τασική συνάρτηση

$$\phi = \frac{p \cot \alpha}{2(1 - \alpha \cot \alpha)} \left[ -x^2 \tan \alpha + xy + (x^2 + y^2)(\alpha - \tan^{-1} \frac{y}{x}) \right] \quad (8)$$

Δείξτε ότι ικανοποιούνται οι ισχυρές συνοριακές συνθήκες στην έδρα  $y = 0$ .

