

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Ε.Μ.Π.

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΑΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 2014

ΦΥΣΙΚΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΥΚΝΩΜΕΝΗΣ ΥΛΗΣ

Διδάσκοντες: Β. Γιαννόπαπας, Ι. Ράπτης Διάρκεια: 2.5 ώρες

3/9/2014

**ΘΕΜΑ 1**

- (α) Το εξαγωνικό πλέγμα Bravais ορίζεται από τα θεμελιώδη διανύσματα  $(a, 0, 0), (a/2, a\sqrt{3}/2, 0), (0, 0, c)$ . Αποδείξτε ότι το ανάστροφο πλέγμα είναι επίσης ένα εξαγωνικό πλέγμα Bravais το οποίο έχει περιστρεμένο κατά  $30^\circ$  σε σχέση με το ευθύ πλέγμα. Επίσης βρείτε τα θεμελιώδη διανύσματα του αναστρόφου πλέγματος.
- (β) Το πλέγμα  $\text{hcp}$  προκύπτει από το εξαγωνικό πλέγμα Bravais συν τη βάση διανυσμάτων  $(0, 0, 0), (a/2, a/(2\sqrt{3}), c/2)$ . Δείξτε ότι ο γεωμετρικός παράγοντας δομής που προκύπτει από αυτή τη βάση είναι  $F_q = \left| 1 + e^{i(\pi/3)[2(n_1+n_2)+3n_3]} \right|^2$ , όπου  $n_1, n_2, n_3$  είναι ακέραιοι.
- (γ) Βρείτε τις εκλιπούσες κορυφές περίθλασης Bragg λόγω της ύπαρξης της παραπάνω βάσης διανυσμάτων.

**ΘΕΜΑ 2**

Ηλεκτρόνια μάζας  $m$  είναι περιορισμένα σε 1Δ. Ένα ασθενές περιοδικό δυναμικό υπό τη μορφή μιας σειράς Fourier εφαρμόζεται στα ηλεκτρόνια:

$$V(x) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n \cos(2\pi nx/a) = V_0 + V_1 \cos(2\pi x/a) + V_2 \cos(4\pi x/a) + \dots$$

(α) Υπό ποιες συνθήκες μπορεί να εφαρμοστεί η προσέγγιση των σχεδόν ελευθέρων ηλεκτρονίων; Υποθέτοντας ότι ικανοποιούνται οι συνθήκες αυτές, σχεδιάστε τις τρεις πρώτες ενεργειακές ζώνες εντός της 1<sup>ης</sup> ζώνης Brillouin (1ZB).

(β) Υπολογίστε σε προσέγγιση πρώτης τάξης το ενεργειακό χάσμα στο σημείο  $k = \pi/a$  (ανάμεσα στην πρώτη και τη δεύτερη ενεργειακή ζώνη) καθώς και στο σημείο  $k = 0$  (ανάμεσα στη δεύτερη και την τρίτη ζώνη).

**ΘΕΜΑ 3**

Θεωρείστε μια μονοδιάστατη αλυσίδα ατόμων μάζας  $M$  τα οποία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με ελαστικές δυνάμεις και εναλλασσόμενες σταθερές ελατηρίου  $K_1, K_2$

- (α) Βρείτε τις σχέσεις διασποράς φωνονίων  $\omega = \omega(q)$ .
- (β) Υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης του ήχου στην αλυσίδα.
- (γ) Σχολιάστε τη σχέση διασποράς όταν  $K_1 \gg K_2$  και  $K_1 = K_2$ .

Δίνεται ότι για  $x \ll 1$ :  $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$ ,  $\sqrt{1+x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$

#### **ΘΕΜΑ 4**

Ημιαγωγός τύπου IV έχει, σε  $T=300K$ , ενεργειακό χάσμα  $E_g=1.2 \text{ eV}$ , και ενεργές πυκνότητες καταστάσεων:  $N_V=1.5\times10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_C=3.0\times10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . (α) Υπολογίστε την ενδογενή πυκνότητα φορέων του ημιαγωγού, σε θερμοκρασία  $T=300K$ . (β) Αποδείξτε την σχέση που συνδέει την ενδογενή στάθμη Fermi του ημιαγωγού, με τα μεγέθη  $E_C$ ,  $E_V$ ,  $N_C$ ,  $N_V$ ,  $T$ , και υπολογίστε την τιμή του, σε θερμοκρασία  $T=300K$ . (γ) Ο ημιαγωγός νοθεύεται με δότες, συγκέντρωσης  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Η ενεργειακή στάθμη δοτών, στον ημιαγωγό αυτόν, βρίσκεται  $0.025 \text{ eV}$  κάτω από το ελάχιστο της ζώνης αγωγμότητας. (γ<sub>1</sub>) Εξηγείστε, με ποιοτικά επιχειρήματα, γιατί τα παραπάνω δεδομένα επιτρέπουν την παραδοχή του ολικού ιονισμού των προσμείζεων. (γ<sub>2</sub>) Αποδείξτε, στην προσέγγιση του ολικού ιονισμού, την σχέση που συνδέει την στάθμη Fermi του νοθευμένου ημιαγωγού με την συγκέντρωση προσμείζεων,  $N_D$ , και τα  $E_C$ ,  $N_C$ ,  $T$ , και υπολογίστε την τιμή της, σε θερμοκρασία  $T=300K$ . (γ<sub>3</sub>) Με βάση το αποτέλεσμα της ερώτησης (γ<sub>2</sub>), υπολογίστε το ποσοστό ιονισμού των δοτών και ελέγχτε την όρθοτητα της παραδοχής του ολικού ιονισμού.

(δ) Θεωρήστε ότι, στην περίπτωση ενός εξωγενούς ημιαγωγού τύπου-η, σε απόλυτη θερμοκρασία  $T$ , η διαφορά φορέων πλειονότητας και μειονότητας είναι  $n-p=\Delta n$ , και το χημικό δυναμικό είναι  $\mu$ . Να δείξετε ότι η διαφορά φορέων  $\Delta n$  και το χημικό δυναμικό  $\mu$  συνδέονται με σχέση της μορφής:  $\Delta n = A \sinh\left(\frac{\mu - \mu_i}{kT}\right)$ , (όπου  $\sinh$  η συνάρτηση του υπερβολικού ημιτόνου  $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$ ), και να προσδιορίσετε τη σταθερά  $A$ .