

Θ1. Δίνεται το σύστημα $\dot{x} = Ax$, $A := \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$. Δειξτε ότι ο A είναι Hurwitz,

χρησιμοποιώντας (1) το κριτήριο Routh, (2) Το Θεώρημα La Salle με $V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

Θ2. Αν $(A, b, c; \mathbb{R}^n)$ μια πραγματοποίηση μιας συνάρτησης $H = \frac{p}{q}: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ (βαθμος πολυωνυμου q > βαθμος πολυωνυμου p) με (A, b) ελεγχιμο και (c, A) παρατηρησιμο, δειξτε οτι η πραγματοποίηση είναι ελαχιστη και ταξεως=n.

Θ3. (α) Αν ο πίνακας A είναι Hurwitz δειξτε ότι η τροχια του συστήματος $\dot{x} = Ax + ub$ ικανοποιεί την ιδιότητα

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0 \quad (1)$$

(β) Δωστε μια ελαχιστη πραγματοποίηση της

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + as^2 + bs + 1}$$

επιβεβαιώστε ότι είναι ελεγχιμη και παρατηρησιμη και προσδιορίστε τις σταθερες a, b ώστε το αντιστοιχο σύστημα να πληροί την (1).

Θ4. (α) Να δειχθεί ότι η σταθεροποίηση με γραμμική δυναμική ανάδραση στο σύστημα $\dot{x} = Ax + ub$, $y = cx$ είναι εφικτή, αν το ζευγάρι (A,b) είναι σταθεροποιήσιμο και το ζευγάρι (c,A) ανιχνεύσιμο. (β) Να κατασκευαστεί ένας δυναμικός σταθεροποιητής για το σύστημα

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y = x_1 + x_2$$

Θ5. Αν το ζευγάρι (A,b) είναι ελεγχιμο, σταθεροποιήσιμο, αντιστοιχα, δειξτε ότι το σύστημα

$$\dot{x} = Ax + yb, \dot{y} = u$$

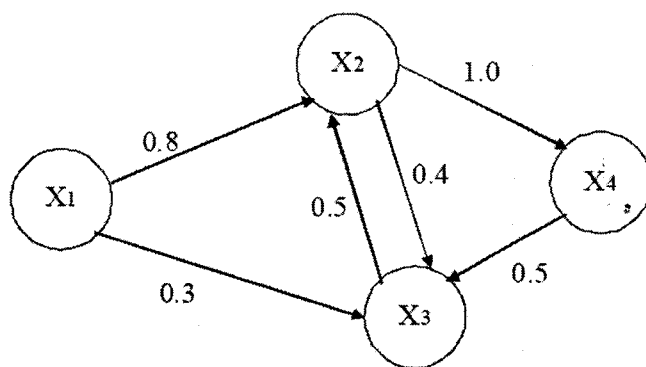
κατεχει τις ιδιες ιδιοτητες.

Επιλογή 4 θέματα, Διάρκεια 2 ½ ώρες .

Θέμα Ασαφούς Λογικής

A. Εξηγείστε τι είναι συνάρτηση συμμετοχής και ποια η διαφορά της από την έννοια της πιθανότητας

B. Έστω η δυαδική σχέση $R(X,X)$, $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ η οποία αντιστοιχεί στον ακόλουθο δίκτυο



Γράψτε την δυαδική σχέση σε μορφή πίνακα και υπολογίστε την ασαφή σχέση σύνθεσης R^2 και σχεδιάστε τον παραγόμενο δίκτυο (οι συνδέσεις του δικτύου θεωρούνται αμφίπλευρες).

Γ. Για την αυτόματη ρύθμιση ενός ρομποτικού βραχίονα χρησιμοποιείται ένας ασαφής ρυθμιστής τύπου Αναλογικού-Ολοκληρωτικού (Proportional- Integral (PI)). Αν ο στόχος είναι η προσέγγιση ενός σημείου $r(x)$ στον χώρο και $y(x,t)$ είναι η θέση του άκρου του βραχίονα την χρονική στιγμή t σχεδιάστε ENAN ασαφή κανόνα ρύθμισης τύπου PI σε σχέση με την απόσταση από τον στόχο.