

ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

21/09/09

1) ~~a)~~ Βρείτε το γενικό ολοκλήρωμα της διαφορικής εξίσωσης

$$y(4x+y)dx - 2(x^2-y)dy = 0$$

b) Βρείτε τις αρθρώνιες τροχιές της οικογένειας καμπυλών

$$x^2 + 4y^2 = C$$

Στις διάστασης της δύο οικογένειες.

2) Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών υμάντων

$$2xy'' + (1-\sqrt{x})y' - 3y = 0, \quad x > 0$$

$$y(1) = 0, \quad y'(1) = 1$$

(Υπόδειξη: κάνετε αλλαγή της μεταβλητής $t = \sqrt{x}$).

3) Με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Laplace να λυθεί το πρόβλημα αρχικών υμάντων

$$y'' + 2y' + 2y = 2\delta(t) - \delta(t-1)$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

4) Με τη μέθοδο Frobenius να λυθεί η διαφορική εξίσωση

$$4x^2y'' + 2y' + y = 0$$

5) Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών υμάντων

$$x' = -x + 4y$$

$$y' = -x + 3y$$

$$x(0) = y(0) = 1$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ LAPLACE

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0)$$

$$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t-a)\} = e^{-as}$$

$$\mathcal{L}\{\sin at\} = \frac{a}{s^2 + a^2}$$

$$\mathcal{L}\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2}$$

$$\mathcal{L}\{H_a(t)f(t-a)\} = e^{-as} \mathcal{L}\{f(t)\}$$