

ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ
ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005

Οδηγίες: Απαντήστε στα θέματα 1° και 2° και επιλέξτε ένα και μόνον ένα από τα θέματα 3° και 4°.

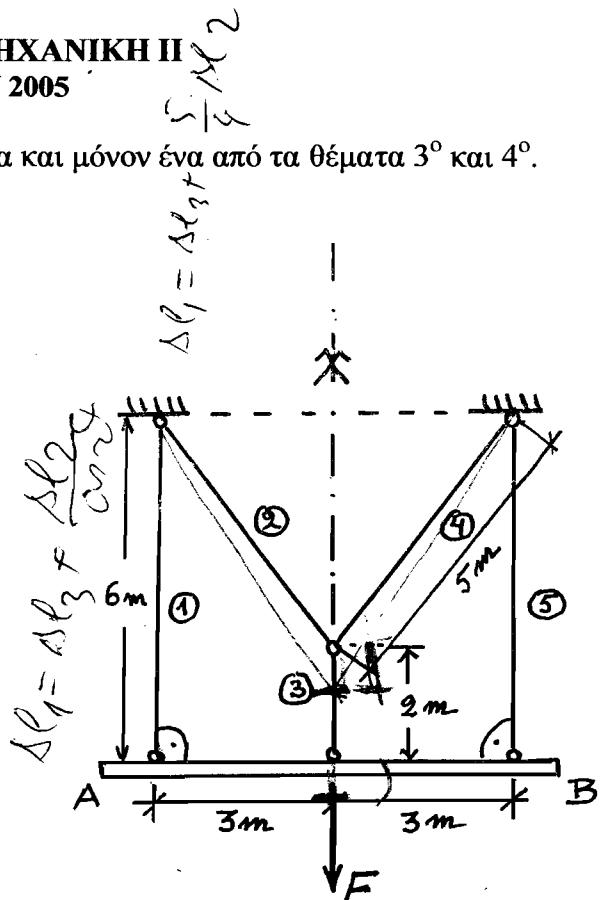
Θέμα 1° (30 μονάδες)

Η απολύτως στερεά δοκός AB αναρτάται κατά συμμετρικό τρόπο με πέντε ράβδους και φέρει φορτίο F , όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι πέντε ράβδοι είναι χαλύβδινοι με τάση διαρροής σ_y , και για τις διατομές τους ισχύει: $A_1 = A_5 = 1.5A_3$, $A_2 = A_4 = 1.25A_3$.

a) Δώστε το φορτίο F_y για το οποίο αρχίζει η διαρροή σε κάποια ράβδο και το φορτίο κατάρρευσης F_k , συναρτήσει της σ_y και του εμβαδού A_3 .

b) Υπολογίστε την F_y και την F_k αν $\sigma_y = 245 MPa$ και $A_3 = 3 cm^2$.

c) Υπολογίστε την κατακόρυφη μετατόπιση της απαραμόρφωτης δοκού κατά την σπιγμή της κατάρρευσης αν $E = 210 GPa$.

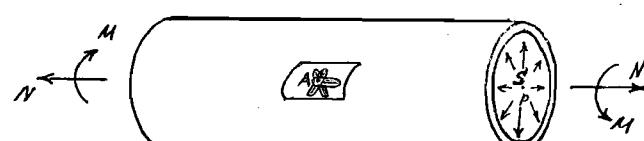


Θέμα 2° (35 μονάδες)

Ένα τμήμα ενός πολύ μακρύ λεπτότοιχου χαλύβδινου σωλήνα καταπονείται με στατική εσωτερική πίεση p , με στρεπτική ροπή M και αξονική δύναμη N ,

όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μέση ακτίνα του σωλήνα είναι $r = 0.4 m$ και το πάχος $\delta = 0.008 m$.

Σε ένα σημείο A στην επιφάνεια του παραπάνω τμήματος του σωλήνα μετρήθηκαν με ροζέτα κατά τις διευθύνσεις φ, ξ, x , που φαίνονται στο σχήμα οι παραμορφώσεις $\epsilon_\varphi = 45 \times 10^{-5}$, $\epsilon_\xi = 45 \times 10^{-5}$ και $\epsilon_x = -45 \times 10^{-5}$.



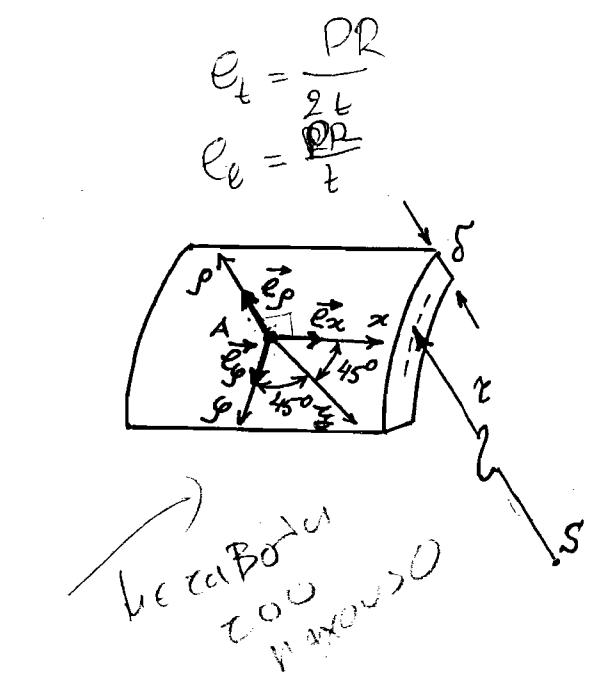
a) Υπολογίστε στο A τον επίπεδο τανυστή των τάσεων ως προς το σύστημα $(A; \bar{e}_\rho, \bar{e}_\varphi, \bar{e}_x)$, που φαίνεται στο σχήμα, την μεταβολή του πάχους του σωλήνα και της γωνίας των θετικών αξόνων φ και x .

b) Ποια είναι η αξονική N δύναμη, η στρεπτική ροπή M και η εσωτερική πίεση p , που καταπονούν το τμήμα του σωλήνα.

c) Κάντε ένα σκαρίφημα του κύκλου του Mohr της εντατικής κατάστασης στο A . Τι εντατική κατάσταση είναι αυτή; Υπολογίστε στη συνέχεια τις κύριες τάσεις, την μέγιστη διατμητική και τις διευθύνσεις των κυρίων αξόνων.

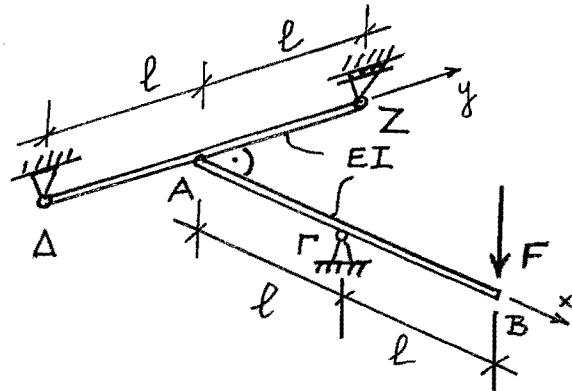
d) Υπολογίστε σύμφωνα με το κριτήριο von Mises την ισοδύναμη τάση και δείξτε ότι το τμήμα του σωλήνα είναι στην ελαστική περιοχή.

Δίνονται: $E = 210 GPa$, $\nu = 0.27$, $\sigma_y = 245 MPa$ για τον χάλυβα.



Θέμα 3^ο (35 μονάδες)

Η οριζόντια δοκός AB φορτίζεται με κατακόρυφο φορτίο F , και στηρίζεται με άρθρωση στο Γ , καθώς και στην επίστροφη οριζόντια δοκό ΔZ από κάτω στο σημείο A , όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δοκοί έχουν την ίδια δυσκαμψία EI . Υπολογίστε τα βέλη κάμψης στα σημεία A και B συναρτήσει των F , ℓ και της EI . (Ενεργειακές μέθοδοι δεν θα ληφθούν υπ' όψιν).



Θέμα 4^ο (35 μονάδες)

Δοκός AB κυκλικής διατομής διαμέτρου d_1 και μήκους $\ell = 2m$ είναι πακτωμένη στο σημείο A . Στην AB και σε απόσταση $a = 1.5m$ από την πάκτωση είναι στερεά συγκολλημένη δοκός $\Gamma\Delta$ από το ίδιο υλικό όπως η AB , κυκλικής διατομής διαμέτρου $d_2 = \frac{2}{3}d_1$ και μήκους $b = 0.8m$, η οποία στο άκρο της Δ φέρει κατακόρυφο φορτίο $P = 5kN$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

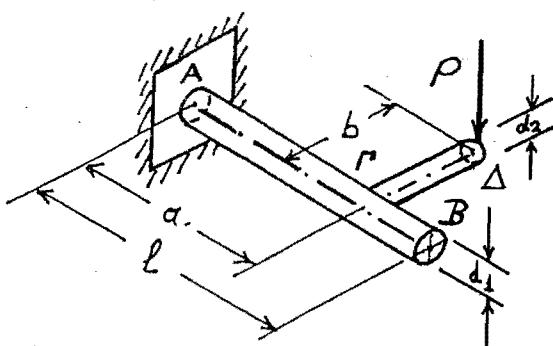
α) Υπολογίστε την ελάχιστη διάμετρο d_1 έτσι ώστε να μην έχουμε διαρροή σε κανένα σημείο των δύο δοκών. Χρησιμοποιείστε το κριτήριο της μέγιστης διατμητικής τάσης (κριτήριο Tresca) ή το κριτήριο στροφικής ανεργετικής (νίζες).

β) Για την ελάχιστη διάμετρο d_1 που υπολογίστηκε στο (α), υπολογίστε τη γωνία στροφής της ακραίας διατομής B της δοκού AB και την κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου Δ .

Δίδονται: $G = 8.1 \times 10^4 N/mm^2$, τάση διαρροής σε εφελκυσμό $\sigma_0 = 200 N/mm^2$.

Βοήθημα: Πολική ροπή αδρανείας κυκλικής διατομής διαμέτρου d : $I_{rr} = \pi d^4 / 32$. Ισοδύναμη εφελκυστική τάση κατά Tresca: $\sigma_{Tresca} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$. Γωνία στρέψεως: $\theta = \frac{M_r(x)}{GI_{rr}}$.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ



$$\varepsilon_{xx} = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} - \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \cos 2\theta - \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}}{2} \sin 2\theta + \varepsilon_{xy} \cos 2\theta$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}))$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\frac{\sigma_u}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}, \quad \tau = \frac{M}{2\pi r^2 \delta}$$

$$\sigma_{I,B} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, \quad \sigma_{Is} = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

$$\sigma_{Io} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}$$